

광섬유 브래그 격자 (Fiber Bragg grating)

광섬유(optical fiber)는 광학적으로 투명한 물질을 가는 실 형태로 만든 유전체 도파로(dielectric waveguide) 구조이다. 이는 가시광선 및 적외선 스펙트럼 영역에서 전자기 신호를 제어된 방식으로 전송하기 위해 설계되었다. 오늘날 동작 파장(operating wavelength) 1550 nm로 설계된 광섬유는 장거리 통신 링크와 통신망에서 널리 사용된다.

이 문제에서는 그림 1에 나타난 단일 모드 광섬유(single-mode fiber, SMF)를 다룬다. 이는 굴절률(refractive index)이 n_c 인 가는 코어(core)와 굴절률이 $n_s < n_c$ 인 클래딩(cladding)으로 이루어진다. 전반사(total internal reflection) 현상에 의해 광 복사(optical radiation)는 코어 내부에 갇혀 그 축을 따라 전파된다. 코어와 클래딩 사이의 굴절률 차이는 광섬유에 도파(waveguiding) 특성을 부여하여, 광섬유가 약간 휘어진 경우에도 빛을 효율적으로 가둘 수 있게 한다.

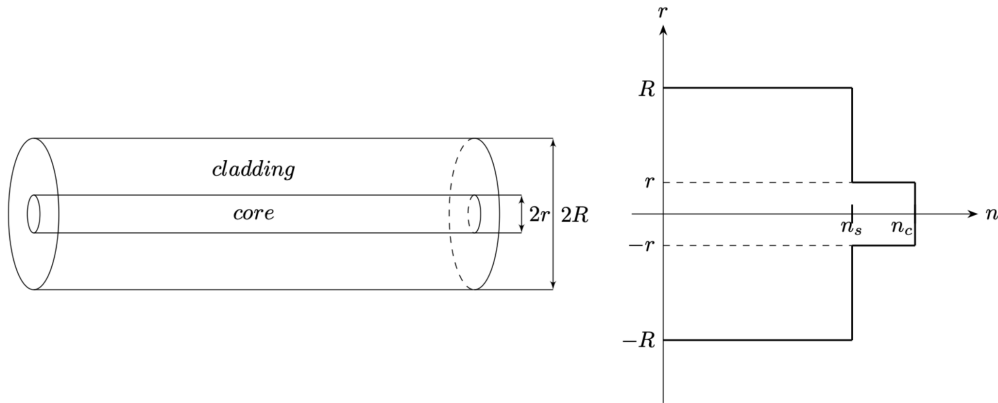


그림 1: SMF 광섬유의 구조

광섬유 제조 과정에서 다양한 광학 구조를 광섬유 내부에 삽입할 수 있으며, 이를 통해 측정 및 센싱 시스템에 손쉽게 통합할 수 있다. 우리는 광섬유 브래그 격자(Fiber Bragg Grating, FBG)라고 알려진 구조를 다룬다. 이 구성에서 광섬유 코어에는 주기(period)가 Λ 인 결함(defect)들이 존재하며(그림 2에서 회색으로 표시), 이들은 굴절률이 약간 증가된 영역이다.

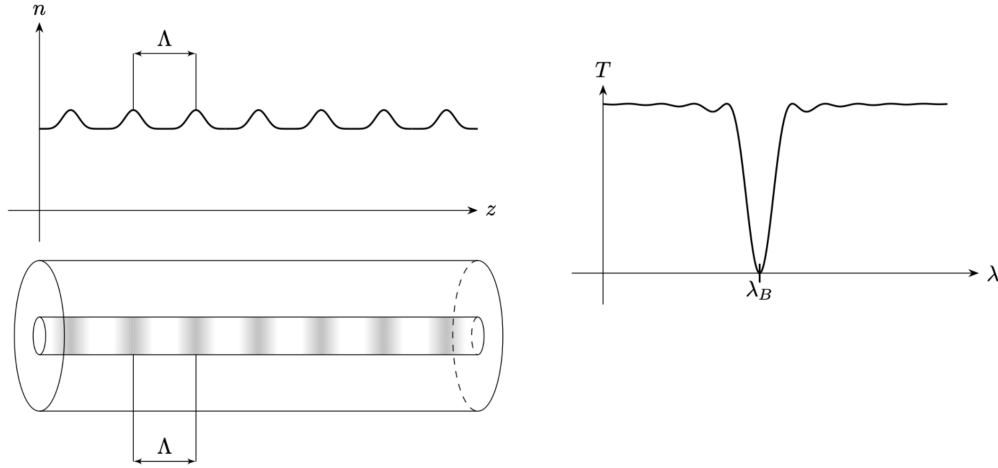


그림 2: FBG의 구조

광섬유 브래그 격자는 협대역 유전체 거울(narrowband dielectric mirror)의 특성을 나타낸다. 즉, 진공 파장(vacuum wavelength)이 다음 값에 가까운 빛을 반사한다.

$$\lambda_B = 2n_c\Lambda.$$

그림 2는 FBG의 투과 스펙트럼(transmission spectrum), 즉 에너지 투과 계수(energy transmission coefficient) T 가 광 파장 λ 에 따라 어떻게 달라지는지를 보여준다. 날카로운 최소점은 λ_B 에서의 브래그 공명(Bragg resonance)에 해당한다.

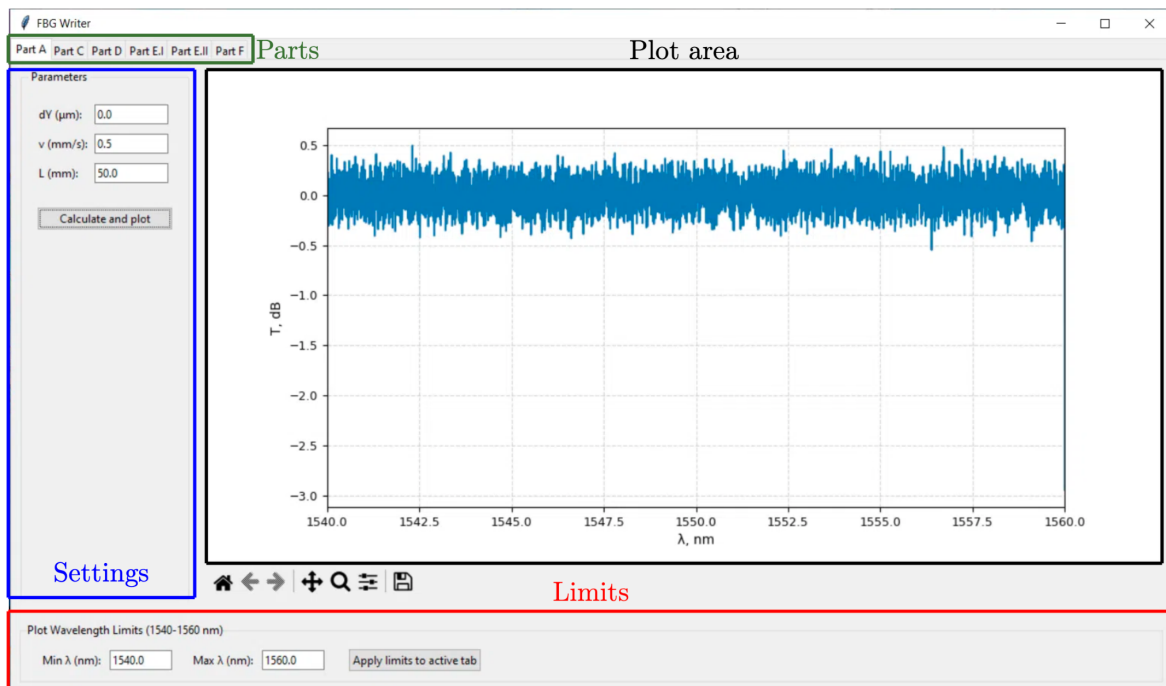


그림 3: FBG-Writer 소프트웨어 인터페이스

FBG-Writer 소프트웨어 사용 안내

그림 3에 나타난 소프트웨어를 사용하면 FBG를 “제작”하고 파장 범위 [1540, 1560] nm에 걸친 투과 스펙트럼을 조사할 수 있다. “Calculate and plot” 버튼을 누르면 $T(\lambda)$ 의존성 그래프가 “Plot area”에 표시된다. 분광기(spectrometer)는 빛의 진공 파장 $\lambda = 2\pi c/\omega$ 를 표시한다.

소프트웨어를 시작하려면 “Parts” 메뉴에서 원하는 문제 부분에 해당하는 탭을 선택한다. 매개변수 값은 응용 프로그램 창 왼쪽의 “Settings” 패널에서 조정할 수 있다. 그래프에 표시되는 파장 범위는 “Limits” 패널의 “Min λ ”와 “Max λ ” 필드로 제어한다. 이 한계값은 구간 [1540, 1560] nm 내의 임의의 값으로 설정할 수 있다. 새 한계값을 적용하려면 “Limits” 패널의 “Apply limits to active tab” 버튼을 누른다.

그래프의 특정 영역을 확대할 수 있다. 이를 위해 아래 도구 모음에 있는 돋보기 버튼을 클릭한 후 그래프에서 관심 영역을 선택한다. 원래 배율로 되돌아가려면 집 모양 그림이 있는 버튼을 클릭한다.

편의를 위해 이 문제 전체에서 투과 계수 T 는 데시벨(decibel) 단위로 나타낸다(변환식은 $T[\text{dB}] = 10 \log_{10} T$). 실제 측정 장치에서는 배경 조명(background illumination)이 존재하므로 T 값은 유한한 임계값 이하로 떨어질 수 없다.

파트 A. FBG 제작 기술 (5.0점)

FBG를 제조하는 방법 중 하나는 매우 짧지만 높은 에너지의 광 펄스를 방출하는 집속된 레이저(focused laser) 아래로 광섬유를 끌어당기는 것이다.

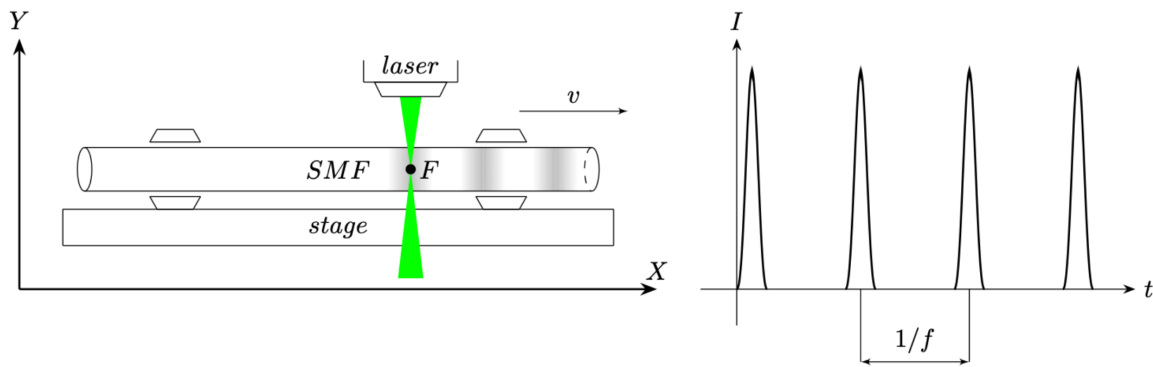


그림 4: FBG 제조 개략도

f 를 펄스의 주파수(그림 4의 시간에 따른 레이저 광 세기 의존성 그래프 참조), v 를 광섬유의 속도라 하자. 집속된 레이저 빔은 광섬유 재료를 가열하여 “소결(sinter)”시켜 작은 결함을 형성한다. 광섬유의 속도가 일정하다면, 굴절률이 변조된 주기적 격자가 광섬유 안에 형성된다.

A.1 결함 주기 Λ 를 f 와 v 로 나타내어라.

0.2pt

광섬유 브래그 격자는 $f = 1.00 \text{ kHz}$ 의 펄스 레이저로 기록된다.

A.2 광섬유 코어 재료의 굴절률은 $n_c \approx 1.45$ 이다. 브래그 공명 파장 $\lambda_B = 1550 \text{ nm}$ 인 격자를 만드는 광섬유 속도 v_0 를 추정하여라.

0.4pt

FBG 제조에는 그림 4에 나타난 방식을 사용한다. 약간 늘어난 광섬유가 스테이지(stage)에 고정된다. 제조는 세 가지 매개변수 ΔY , v , L 로 제어한다. 제조 과정과 광섬유의 조사는 다음 단계를 포함한다.

- 레이저가 꺼져 있다. ΔY 를 이용해 광섬유의 수직 위치를 조정한다. 이상적으로는 레이저의 집속점이 SMF 중심과 일치해야 한다. ΔY 가 최적값과 다르면, 격자는 더 낮은 굴절률 변조로 기록된다.
- 스테이지가 X 축을 따라 “기어가기” 시작하여 속도 v 까지 가속한다.
- 레이저가 켜진다. 스테이지 속도는 일정하게 v 로 유지된다.
- 스테이지가 거리 $L \in [0, 1000]$ mm를 지난 후, 레이저가 꺼지고 스테이지가 멈춘다.
- 결과 구조의 투과 스펙트럼(에너지 투과 계수 T 의 복사 파장 λ 에 대한 의존성)을 측정한다.

파트 A를 완료하려면 FBG-Writer 프로그램에서 “Part A” 탭을 연다. 소프트웨어에서 ΔY 매개변수는 dY 로 표시된다.

A.3	$\Delta Y = 0.0 \mu\text{m}$, $v = v_0$, $L = 50 \text{ mm}$ 를 사용하여 격자를 기록하여라. 그 브래그 공명 파장 λ_B 는 얼마인가?	0.2pt
A.4	n_c 의 정확한 값을 계산하여라.	0.2pt
A.5	어떤 스테이지 속도 v_{1550} 에서 파장 λ_B 가 정확히 1550 nm가 되는가?	0.2pt

이제 최적 매개변수 ΔY_0 를 찾아보자.

A.6	$v = v_{1550}$, $L = 50 \text{ mm}$ 와 범위 $[-3, 3] \mu\text{m}$ 내의 서로 다른 ΔY 값들을 사용하여 격자를 기록하여라. 투과 스펙트럼 최소값 $T_{\min}$ 의 ΔY 에 대한 의존성을 그려라.	1.8pt
A.7	가장 강한 격자가 기록되는 ΔY_0 를 구하여라.	0.3pt

투과 스펙트럼 최소값 $T_{\min}$ 이 격자 길이 L 에 어떻게 의존하는지 알아보자.

A.8	$\Delta Y = \Delta Y_0$, $v = v_{1550}$ 와 서로 다른 L 값들을 사용하여 격자를 기록하여라. 투과 스펙트럼 최소값 $T_{\min}$ 의 L 에 대한 의존성을 그려라. 그래프의 선형 구간의 기울기를 구하여라.	1.7pt
------------	---	-------

파트 B. 결합 모드 이론 (2.9점)

SMF 내부의 빛의 거동은 결합 모드 이론(Coupled Mode Theory, CMT)을 사용하여 근사적으로 기술할 수 있다. 파장 λ_B 의 복사가 광섬유 코어를 통해 전파되는 경우를 고려하자.

SMF 내부의 총 전기장(electric field)은 서로 다른 방향으로 진행하는 두 파동의 합으로 나타낼 수 있다:

$$E(z) = a(z)e^{+ikz} + b(z)e^{-ikz},$$

여기서 $a(z)$ 는 z 광섬유 축의 양의 방향으로 진행하는 파동의 복소 진폭(complex amplitude)이고, $b(z)$ 는 z 광섬유 축의 음의 방향으로 진행하는 파동의 복소 진폭이며, $k = 2\pi n_c / \lambda_B$ 는 파동 벡터(wave vector)의 크기이다.

굴절률 변조가 없는 SMF에서 복사가 전파될 때, 두 성분의 진폭은 일정하게 유지된다:

$$a = \text{const}, \quad b = \text{const}.$$

그러나 복사가 격자에 들어가면 격자의 주기적 구조와 상호작용하기 시작한다. 그 결과 성분들의 진폭이 변한다:

$$\begin{cases} a'(z) = i\kappa b(z) \\ b'(z) = -i\kappa a(z) \end{cases}$$

여기서 κ 는 상호작용 상수(interaction constant)로 격자 강도(grating strength)라 불린다. $a'(z)$ 는 복소 진폭 $a(z)$ 의 좌표 z 에 대한 미분이고, $b'(z)$ 는 복소 진폭 $b(z)$ 의 좌표 z 에 대한 미분이다.

B.1 변수 b 를 소거하여 a 에 대한 2계 미분방정식을 구하여라.

0.5pt

길이 L 의 FBG를 빛이 통과하는 문제를 고려하자. 진폭 a_0 인 파동이 왼쪽에서 격자에 입사한다. 진폭 $t'a_0$ 인 파동이 FBG의 오른쪽에서 나온다. 이때 $T = |t'|^2$ 은 에너지 투과 계수이다.

B.2 T 를 κ 와 L 로 나타내어라.

1.4pt

B.3 문제 A8에서 기록한 격자의 강도 κ_0 를 구하여라.

1.0pt

파트 C. FBG 온도 센서의 교정 (2.9점)

기록된 FBG가 있는 SMF를 가열하면 브래그 공명 파장이 변한다. 이는 열팽창에 의해 인접한 결함 사이의 거리가 증가하고, 온도에 의해 굴절률이 변하기 때문이다. 브래그 공명의 파장 이동(wavelength shift)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B \cdot A \cdot \Delta t,$$

여기서 Δt 는 온도 변화이고, A 는 단위가 $^{\circ}\text{C}^{-1}$ 인 상수이다.

길이 l 인 시료의 열팽창에 의한 신장(elongation)은 $\Delta l = l\alpha\Delta t$ 로 주어지며, 여기서 α 는 열팽창 계수(temperature coefficient of expansion)이다.

굴절률의 온도 의존성은 $\Delta n_c = \frac{dn_c}{dt} \Delta t$ 로 기술되며, 여기서 Δn_c 는 굴절률 변화이다.

C.1 A 를 α , $\frac{dn_c}{dt}$, n_c 로 나타내는 식을 유도하여라.

0.4pt

FBG를 온도 센서로 교정하기 위해, 고정된 매개변수를 가진 격자와 온도를 범위 $t \in [25, 100]$ °C에서 변화시킬 수 있는 항온 수조(water bath)를 사용할 수 있다.

C.2 FBG-Writer 프로그램에서 “Part C” 탭을 연다. 파장 λ_B 의 t 에 대한 의존성을 측정하여라. 1.2pt

C.3 λ_B 의 t 에 대한 의존성을 그려라. 계수 A 의 값을 구하여라. 0.8pt

C.4 FBG 센서를 사용하여 검출할 수 있는 최소 온도 변화를 추정하여라. 0.5pt

파트 D. FBG 온도 센서의 사용 (2.4점)

앞에서 제공된 FBG를 공기 중에 보관된 용융 저밀도 폴리에틸렌(low-density polyethylene, LDPE) 용기에 넣었다. FBG 투과 스펙트럼을 1분마다 측정하였다. 이 과정에서 LDPE가 응고되었다.

D.1 FBG-Writer 프로그램에서 “Part D” 탭을 연다. 파장 λ_B 의 t 에 대한 의존성을 측정하여라. 스펙트럼에서 필요한 데이터를 얻은 후 온도 t 의 시간 τ 에 대한 의존성을 계산하여라. 1.6pt

D.2 온도 t 의 시간 τ 에 대한 의존성을 그려라. LDPE 응고 온도 t_0 를 구하여라. 0.8pt

파트 E. FBG 동력계 (3.9점)

기록된 FBG가 있는 SMF를 늘이면 브래그 공명 파장이 변한다. 이는 인접한 결함 사이의 간격이 증가하고, 매질의 탄성 변형(elastic deformation)에 의해 시료의 굴절률이 변하기 때문이다. 가해진 힘 F 에 의해 유도되는 브래그 공명 파장의 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\Delta\lambda_B = \lambda_B \cdot B \cdot F,$$

여기서 B 는 단위가 N^{-1} 인 상수이다. 광섬유의 변형은 훅의 법칙(Hooke's law) $\sigma = E\varepsilon$ 로 기술되며, 여기서 σ 는 기계적 응력(mechanical stress, 단위 Pa), E 는 광섬유 재료의 영률(Young's modulus), ε 은 변형률(strain, $\varepsilon = \Delta l/l$)이다.

매질의 굴절률의 늘임에 대한 의존성은 $\Delta n_c = \frac{dn_c}{d\varepsilon}\varepsilon$ 로 기술되며, 여기서 Δn_c 는 굴절률 변화이다. S 를 광섬유의 단면적이라 하자.

E.1 B 를 $E, S, n_c, \frac{dn_c}{d\varepsilon}$ 로 나타내는 식을 유도하여라. 0.5pt

FBG를 변형 센서로 교정하기 위해, 한쪽 끝이 고정된 시료와 범위 $F \in [0, 20]$ mN의 힘을 측정할 수 있는 기계식 동력계(dynamometer)를 사용할 수 있다. 동력계 스프링의 끝은 광섬유의 자유단에 단단히 연결되어 있다.

E.2 FBG-Writer 프로그램에서 “Part E.I” 탭을 연다. 파장 λ_B 의 F 에 대한 의존성을 측정하여라. 1.0pt

E.3 λ_B 의 F 에 대한 의존성을 그려라. 계수 B 의 값을 구하여라. 0.7pt

강성(stiffness) k 가 알려지지 않은 스프링이 주어진다. SMF 시료의 한쪽 끝은 고정되어 있고, 다른 쪽 끝에 스프링이 부착된다. 스프링 신장 Δx 는 소프트웨어에서 x 로 표시된다.

E.4 FBG-Writer 프로그램에서 “Part E.II” 탭을 연다. 스프링 신장 Δx 를 범위 $[0, 10]$ mm에서 변화시키며 의존성 $\lambda_B(\Delta x)$ 를 측정하고 그래프를 그려라. 스프링 강성 k 의 값을 구하여라. 1.7pt

파트 F. FBG에서의 복굴절 (2.9점)

펨토초 레이저(femtosecond laser, 펄스 지속 시간 $1 \text{ fs} = 10^{-15} \text{ s}$)를 사용하여 FBG를 기록하면, 길쭉한 결함들이 형성되어 유효 복굴절(birefringence)을 일으킨다. 격자의 강도와 브래그 공명 파장은 빛의 편광(polarization)에 따라 달라진다. 결함을 따라 향하는 편광의 복사에 대해서는 $\kappa_{\parallel}$ 과 $\lambda_{B,\parallel}$ 을, 수직 편광의 복사에 대해서는 $\kappa_{\perp}$ 과 $\lambda_{B,\perp}$ (각각 격자 강도와 파장)을 도입한다. $\kappa_{\parallel} < \kappa_{\perp}$ 임이 알려져 있다.

FBG에 편광된 빛을 비추면, 관측되는 투과 스펙트럼은 빛의 편광과 격자 결함의 방향 사이의 각도 $\theta - \theta_0$ 에 따라 달라진다.

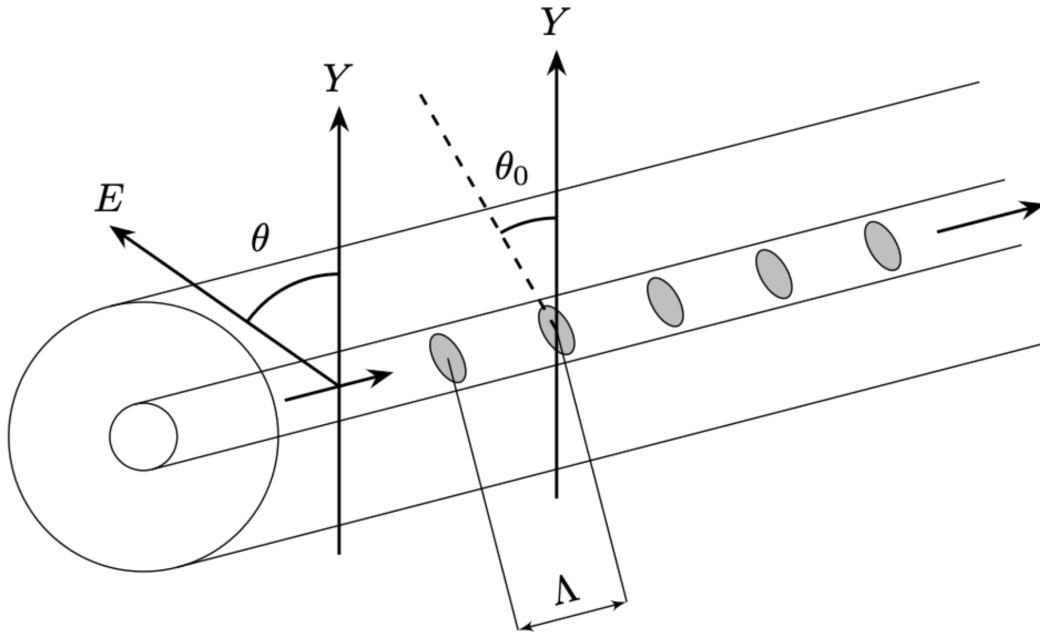


그림 5: 길쭉한 결함을 가진 FBG에서의 빛의 전파

길이 $L = 50 \text{ mm}$ 이고 복굴절을 가진 고정된 격자가 주어진다. 복사의 편광(그림 5의 각도 θ)을 회전시키며 각도 θ 에 따른 투과 스펙트럼을 측정할 수 있다.

F.1 FBG-Writer 프로그램에서 “Part F” 탭을 연다. 결함이 Y 축에 대해 향하는 각도 θ_0 를 구하여라. 2.0pt

F.2 $\kappa_{\parallel}$, $\kappa_{\perp}$ 및 $\lambda_{B,\parallel}$, $\lambda_{B,\perp}$ 의 값을 구하여라. 0.9pt