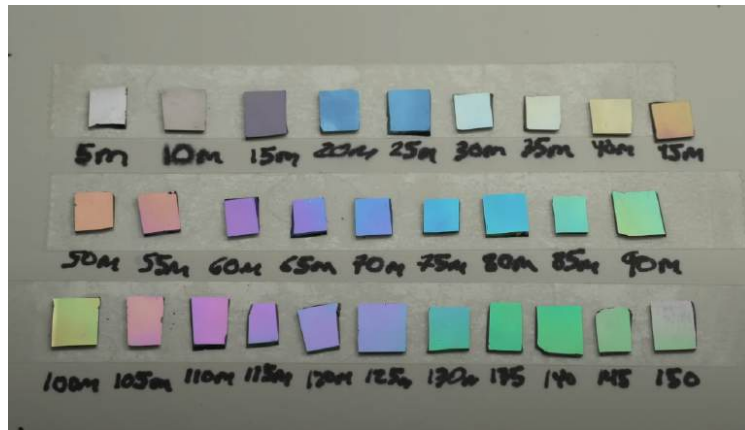


T1. 열 산화 (Thermal oxidation)

열 산화 (thermal oxidation) 는 고온에서 실리콘 Si 표면에 매우 얇은 (수십 ~ 수백 나노미터) 이산화 규소 (silicon dioxide) SiO_2 막을 형성하는 공정이다. 이 기술은 현대 전자공학의 기반이 되는 집적 회로 (integrated circuit) 와 MOSFET (metal-oxide-semiconductor) 의 제조 공정에서 필수적인 부분이다. 실리콘 Si 를 산소가 있는 환경에 두면 $\text{Si} + \text{O}_2 \rightarrow \text{SiO}_2$ 의 산화 과정이 시작된다. 결정질 실리콘과 충분히 두꺼운 (10 nm 이상부터) 평탄한 산화막을 기술하는 데에는 Dill-Grove 모형 (1965) 이 잘 들어맞지만, 다른 조건에서의 성장 메커니즘에 대한 상세한 기술은 아직 해결되지 않은 과학적 문제로 남아 있다.

실리콘은 가시광선에 불투명한 반면, 그 이산화물은 투명하다. 이러한 광학적 성질과 더불어 이산화물 막의 두께가 수십 나노미터라는 사실은 SiO_2 층의 두께를 매우 정밀하게 광학적으로 제어할 수 있는 이상적인 조건을 만들어 준다.



서로 다른 산화 시간에 따른 실리콘 기판의 가시 색상 변화. *ProjectsInFlight, YouTube “Growing Colorful Oxide Layers on Silicon”.*

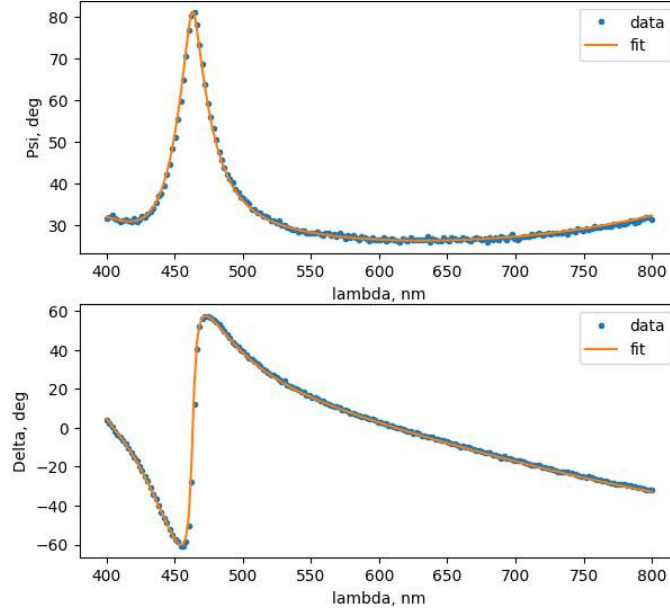
우리는 박막의 광학적 성질을 연구하는 강력한 기법인 엘립소메트리 (ellipsometry, 타원편광분석법) 를 이용해 막 성장을 조사할 것이다. 이 기법은 막 표면에서 반사되는 s-편광파와 p-편광파 (독일어 “senkrecht”—수직, “parallel”—평행) 의 반사 진폭 계수를 비교하는 데 기반을 둔다. 측정 결과는 엘립소메트리 각 (ellipsometric angle) Ψ, Δ 로 표현된다:

$$\frac{r_p}{r_s} = \tan \Psi \cdot e^{i\Delta},$$

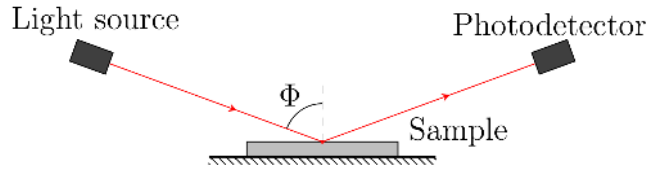
여기서 Ψ 값은 p-편광파와 s-편광파가 반사될 때의 진폭 비에 대응하고, Δ 값은 둘 사이의 위상차에 대응한다.

엘립소메트리는 서로 다른 편광을 가진 파 사이의 상대적 차이 (진폭 비와 위상차) 를 정밀하게 측정하므로, 복사원의 출력이나 수신기의 감도에서 발생하는 다양한 변동에 매우 강하다. 또한 엘립소메트리는 시료와의 직접적인 기계적 접촉 없이 시료의 특성을 측정할 수 있게 하여, 실시간으로 그리고 *in situ* (라틴어—“그 자리에서”, 직접) 측정을 수행할 수 있다.

문제 전체에서 입사파의 파장은 λ 로 표시한다. 광학 영역에서 물질들은 유의미한 자기적 성질을 갖지 않으므로, 고려하는 모든 물질에 대해 $\mu = 1$ 로 둔다.



엘립소미트리 스펙트럼 Ψ, Δ 의 예.



엘립소미터의 광학 구성: 광원, 광검출기 (Photodetector), 시료 (Sample).

주의! 보고서에 첨부할 파일은 “report” 폴더에 넣으시오.

주의! 파트 B 로 넘어가려면 A7 만 수행하면 충분하다.

파트 A. 엘립소미트리의 이론적 원리

비자성 유전체에서 맥스웰 방정식 (Maxwell's equations) 은 다음과 같은 형태를 갖는다:

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

유전체에 대해:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

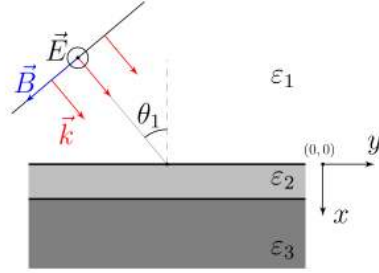
이 방정식들로부터, 유전체-유전체 경계에서 벡터 $\vec{D}$ 와 $\vec{B}$ 의 법선 성분과 벡터 $\vec{E}$, $\vec{B}$ 의 표면 방향 성분이 변하지 않음이 따라 나온다.

평면파에서 파동 벡터 (wave vector), 전기장 벡터, 자기장 벡터 $\vec{k}$, $\vec{E}$, $\vec{B}$ 는 서로 수직이며 오른손 방향으로 배향된다. 또한 다음 관계가 성립한다:

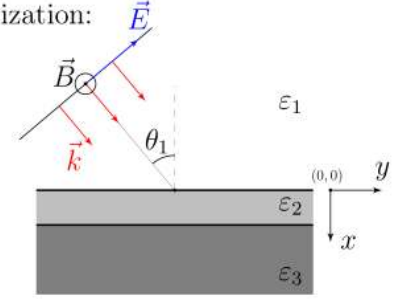
$$\vec{B} = \frac{1}{\omega} [\vec{k} \times \vec{E}], \quad |\vec{k}| = \sqrt{\epsilon} \omega / c$$

여기서 ω 는 파의 진동수이다. 빛의 속력은 $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 이다. 이 문제의 일부로서, 우리는 평면파와 층상 구조 (layered structure) 의 상호작용을 고려하고 그러한 계를 이론적으로 기술하기 위한 일반적인 접근법을 개발할 것이다. 두께 d 이고 유전율 ϵ_2 인 물질로 만들어진 막이, 유전율 ϵ_1 과 ϵ_3 인 두 반무한 유전체 사이에 위치한다고 하자.

s-polarization:



p-polarization:



s-편광과 p-편광의 막에 대한 입사.

입사파가 막에 떨어지면, 매질 ε_1 에서 반사파가, 매질 ε_3 에서 투과파가, 그리고 매질 ε_2 에서 서로 다른 방향으로 진행하는 파들의 중첩이 발생한다. s-편광에서는 전기장의 방향이 고정되어 있으므로, 스칼라 복소 진폭으로 다룰 수 있다:

$$\begin{cases} \tilde{E}_1 = \mathcal{E} e^{ik_{1x}x + ik_{1y}y} + r \cdot \mathcal{E} e^{-ik_{1x}x + ik_{1y}y} \\ \tilde{E}_2 = a \cdot \mathcal{E} e^{ik_{2x}x + ik_{2y}y} + b \cdot \mathcal{E} e^{-ik_{2x}x + ik_{2y}y} \\ \tilde{E}_3 = t \cdot \mathcal{E} e^{ik_{3x}(x-d) + ik_{3y}y} \end{cases}$$

p-편광에서는 자기장의 방향이 고정되어 있으므로, 자기장의 스칼라 복소 진폭을 다루는 것이 더 쉽다:

$$\begin{cases} \tilde{B}_1 = \mathcal{B} e^{ik_{1x}x + ik_{1y}y} + r \cdot \mathcal{B} e^{-ik_{1x}x + ik_{1y}y} \\ \tilde{B}_2 = a \cdot \mathcal{B} e^{ik_{2x}x + ik_{2y}y} + b \cdot \mathcal{B} e^{-ik_{2x}x + ik_{2y}y} \\ \tilde{B}_3 = t \cdot \mathcal{B} e^{ik_{3x}(x-d) + ik_{3y}y} \end{cases}$$

A1 | $k_{1y} = k_{2y} = k_{3y}$ 임을 보이시오.

A2 | k_{1x}, k_{2x}, k_{3x} 에 대한 표현을 $\omega, c, \theta_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 로 나타내시오.

A3 | s-편광파 (전기장이 표면을 따라 함) 에 대하여, 장의 접선 성분에 대한 경계 조건으로부터 계수 r, a, b, t 에 대한 선형 방정식계를 구하시오.

A4 | 반사 계수를 구하시오. 답을 다음 형태로 정리하시오:

$$r_s = \frac{A + Be^{2ik_{2x}d}}{AB + e^{2ik_{2x}d}}.$$

실수 A, B 를 k_{1x}, k_{2x}, k_{3x} 로 나타내시오.

편의를 위해 $i \in [1, 3]$ 에 대해 변수 $\kappa_{ix} = \frac{k_{ix}}{\varepsilon_i}$ 를 사용하시오.

A5 | p-편광파 (자기장이 표면을 따라 함) 에 대하여, 장의 접선 성분에 대한 경계 조건으로부터 계수 r, a, b, t 에 대한 선형 방정식계를 구하시오.

A6 | 반사 계수를 구하시오. 답을 다음 형태로 정리하시오:

$$r_p = \frac{A + Be^{2ik_{2x}d}}{AB + e^{2ik_{2x}d}}.$$

실수 A, B 를 k_{1x}, k_{2x}, k_{3x} 로 나타내시오.

우리는 실리콘 기판 위 이산화 규소 박막의 엘립소메트리 스펙트럼의 대략적인 형태를 사전 계산할 것이다. 파트 A 의 끝까지 광학적 분산 (optical dispersion) 을 무시하고, $\epsilon_{\text{Air}} = 1.00$, $\epsilon_{\text{Si}} = 17.2 - 0.430i$, $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 2.13$ 으로 둔다. 실리콘은 흡수에 책임이 있는 유전 상수의 허수부를 가지며, 이로 인해 불투명함에 유의하라. 복소 삼각함수를 복소 매개변수에 대해 고려한다면, 복소 유전율을 사용하더라도 얻어진 표현은 변하지 않는다.

A.py 프로그램을 이용하면 서로 다른 입사각 θ_1 과 두께 d 에 대해 Ψ 와 Δ 를 그릴 수 있다. 이 프로그램은 입력으로 계열의 이름 Name, 공기 중에서의 입사각 θ_1 (도 단위), 이산화물 막의 두께 d 를 파일 A_in.txt 에 기록된 표 형태로 받는다. 표를 채우는 예시는 파일 A_in.txt 에 있다:

Name	$\theta_1, ^\circ$	d, nm
ex1	50	40
ex2	30	100
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

입력 데이터는 $20^\circ \leq \theta_1 \leq 80^\circ$, $d \leq 250 \text{ nm}$ 로 제한된다. 실험의 이름에는 공백과 탭이 포함되어서는 안 된다. 수의 정수부와 소수부 사이의 구분자는 점이다. 열 사이의 구분자는 탭이다.

A7 | 프로그램 A.py 를 이용하여 서로 다른 입사각 θ_1 과 두께 d 에 대해 λ 에 따른 Ψ 와 Δ 의 의존성을 그리시오. 정량적인 연구를 수행하여, 10 nm 에서 50 nm 범위에서 d 의 변화에 대해 엘립소메트리 각 Ψ 가 가장 민감한 ($|\Delta\Psi/\Delta d|$ 이 가장 큰) 입사각 θ_{opt} 를 결정하시오. θ_{opt} 의 값을 1° 의 정확도로 구하시오.

B3 부터는 정확도를 높이기 위해 θ_{opt} 를 Φ 로 사용하시오.

파트 B. 산화의 동역학

이 파트에서 막에 대한 빔의 입사각은 Φ 로 표시한다.

동료와 함께, 당신은 건조한 공기 중에서 장시간 가열할 때 실리콘 표면 위에 박막 산화물이 증착되는 것을 연구하고 있다. 실제 실리콘 Si 와 이산화 규소 SiO_2 는 광학적 분산을 가지므로, 이 파트에서 당신에게 제공될 λ 에 대한 Ψ, Δ 그래프는 파트 A7 에서 당신이 그린 것과 약간 다를 수 있다.

주의! Si 와 SiO_2 의 광학적 분산은 이 파트에서 당신이 다룰 모든 프로그램에 자동으로 내장되어 있다.

당신의 동료는 어제 엘립소미터에서 늦게까지 작업하다가 각 Φ 의 값을 기록하는 것을 잊어버렸다. 그는 두 시료에서 산화막의 두께를 측정하였고, 그 측정 결과를 파일 B1.txt 와 B2.txt 로 당신에게 전달하였다.

B1 | 프로그램 B1.py 를 이용하여 Φ 의 값과 SiO_2 막의 두께 d 를 직접 찾으시오. 프로그램 B1.py 는 파일 B1.txt 로부터 값을 자동으로 읽어들이고, 당신이 입력한 각 Φ (도 단위) 와 이산화물 막의 두께 d (나노미터 단위) 에 대해 λ 에 따른 Ψ, Δ 의 근사 그래프를 출력한다. 입력 데이터는 $20^\circ \leq \Phi \leq 80^\circ$, $d \leq 250 \text{ nm}$ 로 제한된다.

B2 | 프로그램 B2.py 를 이용하여 Φ 의 값과 SiO_2 막의 두께 d 를 직접 찾으시오. 프로그램은 앞의 B1 과 유사하게 작동한다.

산화 속도의 상세한 연구를 위해, 당신은 실시간으로 산화되는 실리콘 기판에서 측정된 엘립소메트리 데이터를 동료로부터 얻을 수 있다. 초기 시각 $t = 0$ 에 그는 순수한 실리콘을 온도 T 의 가열로 안에 넣고, 당신이 알려준 고정된 각 Φ 에서 2 분마다 λ 에 따른 Ψ, Δ 스펙트럼을 측정한다.

파일 B_in.txt 에 당신은 실험의 이름, 각 Φ (도 단위), 온도 T (섭씨 단위), 실험의 지속 시간 (분 단위) 을 표 형태로 지정한다:

Name	$\Phi, ^\circ$	$T, ^\circ\text{C}$	t, min
test	50	1000	40
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

입력 데이터는 $20^\circ \leq \Phi \leq 80^\circ$, $800^\circ\text{C} \leq T \leq 1200^\circ\text{C}$, $t \leq 200 \text{ min}$ 으로 제한된다. 실험의 이름에는 공백과 탭이 포함되어서는 안 된다. 수의 정수부와 소수부 사이의 구분자는 점이고, 열 사이의 구분자는 탭이다. 다음으로 당신은 동료가 가속 모드로 실험을 수행하는 것을 모사하는 프로그램 `gen_data.exe` 를 실행한다. 당신은 언제든지 이 프로그램의 실행을 중단할 수 있으며, 이미 수행된 측정 결과는 컴퓨터에 저장된다. 같은 파일 `B_in.txt` 를 사용하는 프로그램 `B.py` 로 측정 데이터를 자동으로 처리할 수 있다. 이 프로그램은 `gen_data.exe` 의 작업 결과를 사용하여 각 점에 대한 d 의 값을 선택하고 그 값의 통계적 오차를 계산한다. 처리에 수 분이 걸릴 수 있음에 유의하라. 프로그램 `B.py` 의 결과는 표와 $d(t)$ 그래프 형태로 `/res` 폴더에 위치한다. `/res` 폴더에 프로그램 `B.py` 가 자동으로 생성한 표의 예시:

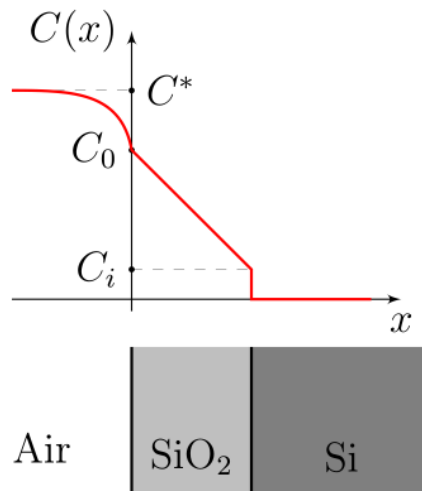
t, min	d, nm	$\Delta d, \text{nm}$
2	17.3	0.3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

B3 온도 $T = 1000^\circ\text{C}$ 에서 120 분 동안 산화하는 동안 이산화 규소 막의 두께 d 의 시간 t 에 대한 의존성 데이터를 얻으시오. 프로그램 `B.py` 로 얻은 그래프를 보고서에 첨부하십시오.

이제 열 산화의 이론적 측면을 고려하자. Deal-Grove 모형에 따르면, 실리콘 산화층의 두께 증가 속도에 다음 세 가지 과정이 책임을 진다:

1. SiO_2 표면으로의 산소의 확산;
2. SiO_2 층을 통한 산소의 확산;
3. SiO_2/Si 계면에서의 산화 반응 $\text{Si} + \text{O}_2 \rightarrow \text{SiO}_2$.

따라서 산소의 농도 C (차원 mol/m^3) 는 시료 깊숙이 들어갈수록 변한다. 공기 중 기판으로부터 멀리 떨어진 곳에서 산소 농도는 C^* 이고, 이산화 규소 층 내부에서는 농도가 C_0 에서 C_i 로 선형적으로 감소하며, 실리콘 내부에서 산소 농도는 0 이다.



이 과정들을 기술하는 모형을 고려하자. 세 과정 각각의 비 (즉 단위 표면적당) 유속 F_1 , F_2 , F_3 (측정 단위— $\text{mol}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$) 을 다음과 같이 정의한다:

1. 확산 속도는 $F_1 = h(C^* - C_0)$ 이며, 여기서 h 는 기상 (gas phase) 에서의 확산을 특징짓는 어떤 계수이다.
2. 확산 속도 $F_2 = \frac{D}{d}(C_0 - C_i)$ 이며, 여기서 D 는 온도 T 에 의존하는 이산화물 내 산소의 확산 계수이고, d 는 이산화 규소 막의 두께이다.
3. 산화 반응의 속도 $F_3 = kC_i$ 이며, 여기서 k 는 온도 T 에 의존하는 산화 반응 속도 상수이다.

B4 막 두께 변화의 성장 속도 v 를 산화 반응 속도 F_3 , 이산화 규소의 물질량 μ_{SiO_2} 와 밀도 ρ_{SiO_2} 로 나타내시오. 공기-이산화물 경계는 움직이지 않는다고 가정하시오.

B5 문제가 준정상 (quasi-stationary) 이라고 가정할 때 (모든 과정의 정착 시간이 막 성장 시간보다 훨씬 짧음), C_0 와 C_i 를 C^* , 속도 상수 h, k, D , 막 두께 d 로 나타내시오.

B6 이산화물 막의 두께 d 에 대한 미분 방정식을 구하고, 초기 조건 $d(t_0) = d_0$ 에 대한 그 해를 다음 형태로 구하시오:

$$d^2 + Ad = B(t + \tau),$$

여기서 τ 는 초기 조건에 대한 정보를 담고 있으며, 상수 A 와 B 는 산화의 동역학과 관련된다. A 와 B 를 $h, k, D, C^*, \mu_{\text{SiO}_2}, \rho_{\text{SiO}_2}$ 로 나타내시오.

실험에 따르면 공기로 불어주는 것 (표면 위의 프로파일 $C(x)$ 를 바꾸는 것) 은 과정의 속도를 바꾸지 않는다. 따라서 우리는 $h \gg k$ 로 간주할 것이다.

산화 과정의 초기에는 정상 모형이 적용되지 않으므로, 최소 두께 $d_0 = 25 \text{ nm}$ 부터 사용한다. 프로그램 B7.py 에 파일 B_in.txt 의 데이터를 입력하면 매개변수 B 와 B/A 를 자동으로 얻는다. 실험에서 얻은 최대 막 두께가 d_0 보다 작으면, 프로그램 B7.py 는 “Final layer is too thin to approximate” 를 출력한다.

프로그램이 오류 “FileNotFoundError” 를 반환하면, 필요한 입력 데이터를 미리 B_in.txt 에 입력한 후 파일 gen_data.exe 와 B.py 를 순차적으로 실행하시오.

B7 다섯 가지 서로 다른 온도 T 에 대해 매개변수 B 와 B/A 의 값을 얻으시오. 결과를 파일 B8_in.txt 에 표 형태로 저장하시오.

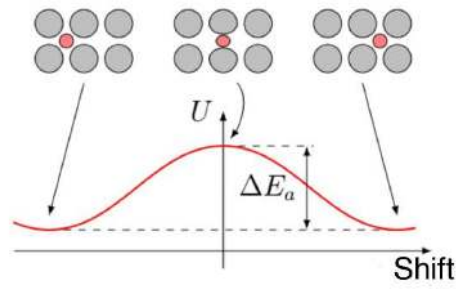
$T, ^\circ\text{C}$	$B, \text{nm}^2/\text{min}$	$\Delta B, \text{nm}^2/\text{min}$	$B/A, \text{nm}/\text{min}$	$\Delta(B/A), \text{nm}/\text{min}$
1000	174	4	1.21	0.02
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

반응 속도 상수 k 의 온도 T 에 대한 의존성은 실리콘 결정에서 Si-Si 결합을 끊는 에너지 ΔE_b 와 관련되며, 둘 사이의 관계는 다음과 같다:

$$k \propto e^{-\Delta E_b/k_B T}.$$

고체에서의 확산 계수 또한 이른바 활성화 에너지 (activation energy) ΔE_a 를 통해 온도와 관련되며, 정량적 의존성은 다음 형태를 갖는다:

$$D \propto e^{-\Delta E_a/k_B T}$$



고체에서의 정성적 확산 모식도와 에너지 ΔE_a 의 의미.

프로그램 B8.py 를 이용하면 $1/T$ 에 대한 $\ln(B \cdot \text{min}/\text{nm}^2)$ 와 $1/T$ 에 대한 $\ln(B/A \cdot \text{min}/\text{nm})$ 그래프를 그리고, 자동으로 그려진 직선의 매개변수를 결정할 수 있다.

볼츠만 상수 $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, 기본 전하 $e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

B8	ΔE_b 와 ΔE_a 의 값을 전자볼트 (eV) 단위로 결정하시오. 선형화된 그래프를 보고서에 첨부하시오.
-----------	---

T2. 멤리스터와 NVRAM (Memristors and NVRAM)

서론. 비휘발성 임의 접근 메모리

NVRAM(Non-Volatile Random Access Memory, 비휘발성 임의 접근 메모리)은 전력이 없는 상태에서도 정보를 저장할 수 있는 임의 접근 메모리의 한 종류이다. 임의의 메모리 셀에 언제든지 독립적으로 접근하고 지속적인 전력 공급 없이 데이터를 저장할 수 있는 능력은 발명 당시 거대한 기술적 가능성을 열었으며, 우리는 오늘날에도 여전히 이를 사용한다 (그림 1).



그림 1. 당신의 주머니 속 NVRAM

NVRAM에는 여러 종류가 있다. 그중 가장 널리 쓰이는 것은 반도체 소자에 기반한 것으로, 따라서 다루기가 어렵다. 이 문제에서 우리는 NVRAM의 유망한 구현인 멤리스터(memristor)에 기반한 ReRAM(Resistive Random Access Memory)과, 이미 거의 과거로 사라진 구현인 강유전체(segnetoelectric)에 기반한 강유전체 메모리(FeRAM, Ferroelectric Random Access Memory)를 모두 살펴볼 것이다.

파트 A. 멤리스터

1971년 Leon O. Chua 교수는 멤리스터(memristor)—전압과 전류 사이의 관계가 소자를 통해 흐른 총 전하에 의존하는 전기 소자—의 가능성에 대한 이론적 근거를 발표하였다.

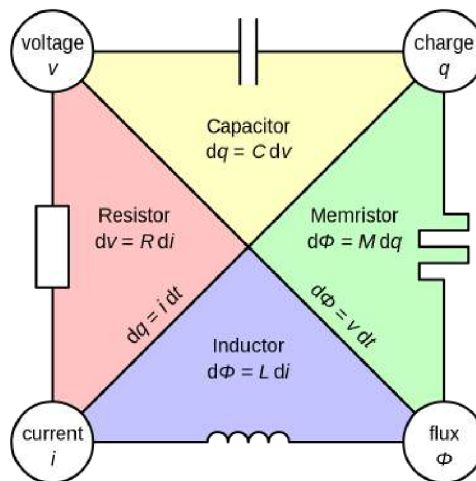


그림 2. 다양한 전자 소자에서 서로 다른 전자기 물리량 사이의 관계를 도식적으로 나타낸 그림. 보통 이 도식은 멤리스터 존재 가능성의 이론적 근거의 일부로 인용된다.

멤리스터 기반 컴퓨팅 시스템은 인간 뇌의 뉴런과 유사한 원리로 작동하며 훨씬 낮은 에너지 소비와 비교적 단순한 구조로 동일한 결과를 잠재적으로 달성할 수 있어, 현재 인공지능 분야 연구자들의 큰 주목을 받고 있다.

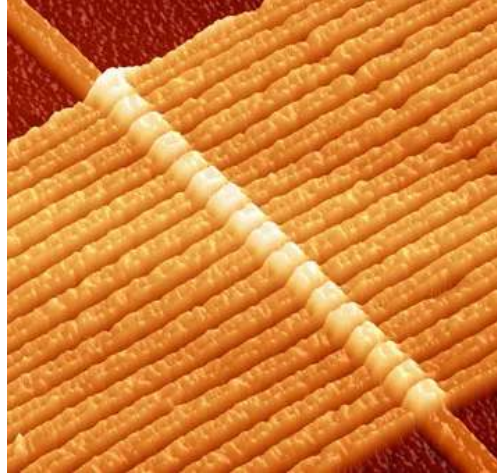


그림 3. HP 가 제작한 메모리스터 시제품의 원자력 현미경 (AFM) 지형 스캔

오랫동안 메모리스터는 “종이 위에서만” 존재하다가, 2008 년 Hewlett-Packard 가 최초의 작동하는 메모리스터 시제품을 선보였다. 이 시제품에서는 두 서로 다른 물질의 접촉 영역에서 일어나는 전기 화학 반응으로 인해 흐르는 전하에 따라 저항이 변하는 효과가 달성되었다 (그림 3).

전기화학 반응은 가역적이므로, 이 시제품 메모리스터의 저항은 전류가 없을 때 평형값으로 향한다. 이러한 메모리스터의 가장 단순한 이론적 기술을 위해 우리는 Williams–Strukov 방정식을 사용할 수 있다:

$$\begin{cases} R(x) = R_{\text{off}}(1 - x) + R_{\text{on}}x \\ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta}I - \alpha x \end{cases}$$

여기서 x 는 계의 내부 상태에 의해 결정되는 어떤 매개변수이고, $\alpha, \beta > 0$ 는 알려진 양이며, I 는 메모리스터를 통과하는 전류, R_{off} 와 $R_{\text{on}} = rR_{\text{off}} (r \gg 1)$ 은 각각 “off” 상태와 “on” 상태에서 메모리스터의 저항이다.

먼저 일정한 전압 $U > 0$ 하에서 메모리스터 상태의 시간 변화를 고려하자. 초기에 메모리스터는 “off” 상태 (즉 $x = 0$) 이다.

A1 | $x(t)$ 에 대한 미분 방정식을 구하시오. 답을 $U, R_{\text{off}}, r, \alpha, \beta$ 로 나타내시오.

편의를 위해 $\xi \equiv \frac{r-1}{\beta R_{\text{off}}}$ 를 도입한다. 메모리스터의 내부 매개변수 x 가 평형값과 10% 이내로 차이가 날 때 메모리스터가 켜진 (on) 것으로 간주한다. 이 파트의 남은 모든 항목에서 단순화를 위해 큰 전압 U 의 극한에서 작업하시오.

A2 | A1 의 방정식을 이 극한에서 단순화하여, 메모리스터가 켜진 것으로 간주될 수 있는 x_0 의 최솟값을 구하시오. 답을 ξ, U, α, r 로 나타내시오.

A3 | 메모리스터를 초기 off 상태에서 on 상태로 전환하는 데 필요한 시간 τ 를 구하시오. 답을 α 로 나타내시오.

A4 | 메모리스터를 초기 off 상태에서 on 상태로 전환하는 데 필요한 최소 에너지 Q 를 구하시오. 답을 $U, \alpha, \xi, R_{\text{off}}$ 로 나타내시오.

파트 B. 메모리스터 히스테리시스

메모리스터에 진동하는 전압이 가해지면, 그것을 통해 흐르는 전류와 전하의 변동으로 인해 저항도 진동한다. 이 때문에 같은 전압에서도 메모리스터를 통과하는 전류는 전압이 증가하는지 감소하는지

에 따라 달라진다. $I - U$ 좌표에서 이러한 거동은 히스테리시스 고리 (hysteresis loop) 처럼 보인다 (그림 4). 이러한 고리의 특성을 측정함으로써 메모리스터의 일부 중요한 매개변수를 계산할 수 있음이 밝혀졌으며, 이 파트에서 그것을 수행할 것이다.

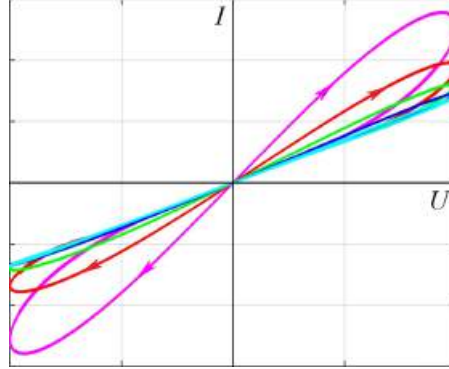


그림 4. 서로 다른 진동수에서의 메모리스터 히스테리시스 고리

메모리스터에 진동하는 전압 $U \cos \omega t$ 가 가해지며, $U > 0$ 이라고 하자.

B1 $\frac{U}{\beta R_{\text{off}} \sqrt{\omega^2 + \alpha^2}} \ll 1$ 에 대한 1 차 근사로 $x(t)$ 를 구하시오. 여기로부터 (역시 1 차 근사로) $\Delta I(\varphi)$ —같은 전압 $U \cos \varphi$ 에서 히스테리시스 고리의 서로 다른 가지 (branch) 위 전류의 절대 차이—를 구하시오. 답을 $U, R_{\text{off}}, \alpha, \beta, r, \omega$ 로 나타내시오.

히스테리시스 고리 폭을 다음과 같이 도입한다:

$$s = \max_{\varphi} \frac{\Delta I(\varphi)}{2I_0},$$

여기서 I_0 는 전류 진동의 진폭이다.

B2 s 를 ω, α, U, ξ 로 나타내시오.

히스테리시스 곡선의 폭은 측정하기 쉬우므로, 이를 이용해 메모리스터의 매개변수를 결정할 수 있다. 아래 표는 메모리스터에 가해진 전압의 진동수 f 에 대한 s 의 의존성을 전압 $U = 1 \text{ V}$ 에서 보여준다.

f, Hz	100	250	500
$s, 10^{-3}$	47.8	54.1	36.7

또한 off 상태에서 메모리스터의 저항 $R_{\text{off}} = 300 \Omega$ 이 측정되었다.

B3 이 데이터로부터 α 와 ξ 를 유효숫자 세 자리로 계산하시오.

파트 C. ReRAM 에너지 효율

시제품 메모리스터 소자에 전압 $U = 5 \text{ V}$ 하에서 정보가 기록된다.

C1 기록이 일어나는 시간 τ 를 유효숫자 두 자리로 계산하시오.

C2 1 비트의 정보를 기록하는 데 필요한 최소 에너지 Q 를 유효숫자 두 자리로 계산하시오.

보다시피, HP 의 연구자들은 아직 완벽함과는 꽤 거리가 있다...

파트 D. 강유전체와 FeRAM

대부분의 물질에서 편극 (polarization) 은 외부 장이 없을 때 항등적으로 0 이다. 그러나 강유전체 (segnetoelectric) 라 불리는 종류의 물질은 외부 장이 가해지지 않아도 편극을 유지한다. 편극의 방향에 정보를 저장하고 이를 쉽게 읽고 다시 쓸 수 있는 능력이 강유전체 메모리 (FeRAM) 창안의 기반이 되었다. 이 파트에서 우리는 강유전체의 이러한 성질을 상세히 조사할 것이다.

강유전체에서 부피 에너지 밀도 W 는 편극 P 와 외부 전기장 E 에 다음과 같이 의존한다:

$$W(P) = -aP^2 + bP^4 - PE,$$

여기서 $a, b > 0$ 는 물질에 따른 양이다. 편극의 평형값은 $W(P)$ 의 국소 극소에 의해 결정된다. 외부 장이 없을 때 강유전체에는 동일한 에너지를 갖는 두 평형 상태가 있으며, 이들 사이의 전이는 불가능하다. 이것이 정보 저장에 이용된다.

처음에 음의 P 상태에 있던 강유전체 물질을 고려하고, 어느 순간 외부 전기장이 커지면서 증가하기 시작한다고 하자. 그러면 장이 어떤 임계값 E_{cr} 에 도달할 때, 더 작은 편극을 갖는 국소 극소가 사라지고 계는 남아 있는 유일한 평형 상태로 도약 (jump) 하면서, 이 순간 단위 부피당 에너지 $Q = -\Delta W$ 를 열의 형태로 방출한다. 이후 외부 장을 천천히 끄면, 계는 양의 P 를 갖는 평형 상태로 이동한다 (즉 상태가 바뀐다). 이것이 정보 기록에 이용된다.

D1 | 위 상황에서 강유전체의 평형 상태 중 하나가 사라지는 임계장 E_{cr} 을 구하시오. “사라지기” 직전 이 상태에서의 편극 P_{cr} 은 무엇인가? 답을 a 와 b 로 나타내시오.
힌트: “사라지는” 순간 에너지 밀도의 2 계 도함수를 고려하시오.

D2 | “도약” 직후 강유전체는 어떤 편극 P_{after} 를 갖는가? 답을 a 와 b 로 나타내시오.

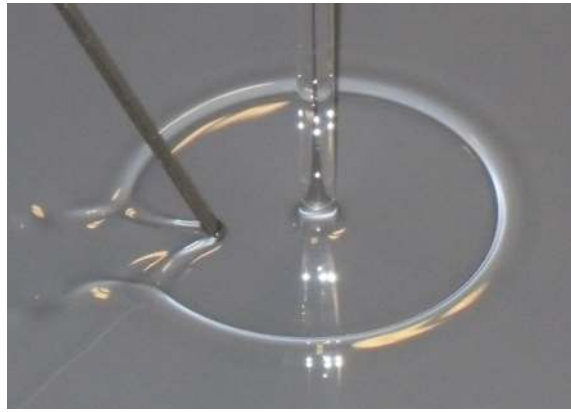
D3 | 단위 부피당 방출된 에너지 Q 를 구하시오. 답을 a 와 b 로 나타내시오.

최초의 상용 FeRAM 시료는 티탄산 지르콘산 납 (lead zirconate titanate) 을 사용하였으며, 이에 대해 $a = 1.9 \cdot 10^5 \frac{\text{J} \cdot \text{m}}{\text{C}^2}$, $b = 1.7 \cdot 10^3 \frac{\text{J} \cdot \text{m}^5}{\text{C}^4}$ 이다. 메모리 셀은 $l = 350 \text{ nm}$ 공정으로 제작되었으며, 이를 이용해 셀의 부피를 추정할 수 있다.

D4 | FeRAM 에 $1 \text{ TiB} = 2^{43}$ 비트의 데이터를 기록하는 데 필요한 에너지 $Q_{1 \text{ TiB}}$ 는 얼마인가? 답을 a, b, l 로 나타내시오. 이 양을 유효숫자 두 자리로 계산하시오.

T3. 도수 현상 (Hydraulic jump)

도수 현상 (hydraulic jump) 은 유체의 빠른 흐름이 갑자기 느려지면서 흐름 안에서 유체 수위가 상승하는 현상이다. 이 현상은 강이나 운하의 흐름에서 자연적으로 일어날 수 있다. 또한 댐 건설에서 물 흐름의 속력을 줄이는 데 이용된다. 더 나아가, 도수 현상은 가정에서도 관찰될 수 있다. 예를 들어, 물줄기가 싱크대 표면에 부딪치면 그 주위로 빠르게 흐르는 얇은 층의 원형 구조가 형성된다. 물줄기로부터 어떤 거리에서 수위가 상승하는데, 이것이 도수 현상이다. 이 문제는 보존 법칙을 이용해 이 현상을 기술할 것을 요구한다.



평평한 표면에 떨어지는 유체 분류 주위의 도수 현상. *G. Jannes, R. Piquet, P. Maïssa, C. Mathis, G. Rousseaux, Phys. Rev. E 83, 056312* 의 연구에서.

문제 전체는 비압축성 유체로 간주할 수 있는 물의 흐름을 다루며, 밀도는 $\rho = 1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ 이다. 중력 가속도는 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 이다.

에너지 손실을 무시하면, 정상 (시간 무관) 유체 흐름에 대해 임의의 유선관 (current tube) 을 따라 베르누이 방정식 (Bernoulli equation) 이 성립한다. 이는 다음과 같이 표현된다:

$$E = \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = \text{const}$$

이 방정식에서 P 는 압력, v 는 흐름 속도, z 는 고려하는 유체 부피의 높이를 나타낸다. 값 E 를 주어진 유체 요소의 비에너지 (specific energy) 라 부른다. 프루드 수 (Froude number) 는 중력을 고려하여 유체의 흐름을 특징짓는 무차원 매개변수로 사용된다. 이는 다음과 같이 표현된다:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gd}},$$

여기서 v 는 특성 흐름 속도, d 는 흐름 깊이이다.

문제 전체에서 대기압은 유체 흐름에 영향을 주지 않음에 유의해야 한다. 따라서 베르누이 방정식과 힘에 대한 표현식에 대한 대기압의 기여는 무시할 수 있다.

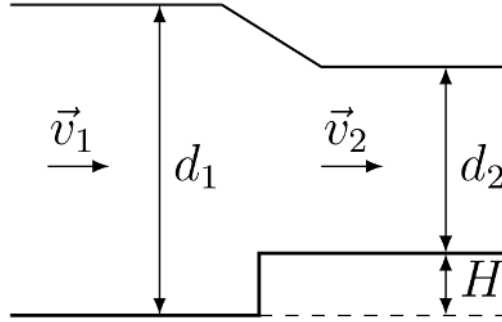
파트 A. 에너지 손실 없는 흐름

이 파트에서 우리는 폭 b 인 직사각형 운하를 따르는 유체의 흐름을 고려할 것이다. 유체 운동은 정상 상태 (steady-state) 로 간주할 수 있으며, 이는 운하의 주어진 점에서 속도가 시간과 무관함을 의미한다. 운하를 통한 물의 유량 (단위 시간당 운하 단면을 통과하는 물의 부피) 은 Q 이다. 운하 바닥은 평평하고 흐름 속도는 운하 단면 전체에서 균일하다고 가정한다. 대기압은 고려할 필요가 없다.

A1 | 운하 내 물의 깊이는 d 이다. 흐름의 비에너지 E 를 구하시오. 운하의 높이 z 는 바닥에서 부터 측정한다. 답은 다음 변수들로 나타내야 한다: Q, b, d, g .

A2 | 비에너지 E 가 최소가 되는 임계 수심 (critical water depth) d_c 를 결정하시오. 이를 Q, b, g 로 나타내시오.

A3 | 임계 수심인 경우의 유체 속도 v_c 와 프루드 수 Fr_c 를 결정하시오. 답은 Q, b, g 로 나타내야 한다.



이제 운하의 바닥이 어느 지점에서 높이 H 만큼 상승하고 그 폭은 변하지 않는다고 하자. d_1 과 v_1 을 깊이 변화 전의 수심과 흐름 속도, d_2, v_2 를 변화 후의 것이라 하자.

A4 | 이 양들을 관련짓는, 물의 질량 보존 법칙과 에너지 보존 법칙으로부터 따라 나오는 두 방정식을 적으시오. 이 방정식들은 g 와 H 도 포함할 수 있다. 흐름의 모든 점에서 흐름은 층류이고 베르누이 법칙이 성립한다고 가정한다.

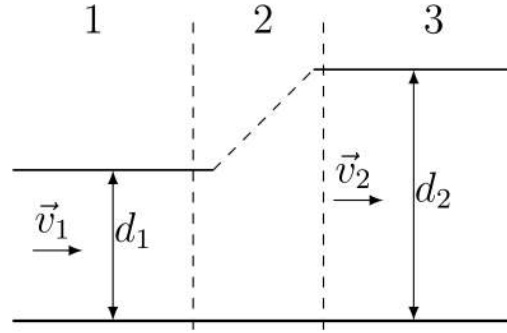
A5 | 앞 항목에서 적은 방정식은 정확히 풀 수 없다. 따라서 우리는 높이 H 가 작다고 가정할 것이다. 결과적으로 $\Delta v = v_2 - v_1 \ll v_1$ 과 $\Delta d = d_2 - d_1 \ll d_1$ 은 속도와 흐름 깊이의 작은 변화이다. 모든 계산에서 $H, \Delta v, \Delta d$ 의 1 차 기여까지로 제한한다. 비 $\Delta v/v_1$ 과 비 $\Delta d/d_1$ 의 값을 결정하시오.

A6 | 운하의 깊이를 바꾸기 전 흐름의 프루드 수의 어떤 값에서 속도가 증가하고, 어떤 값에서 속도가 감소하는지 제시하시오.

파트 B. 도수 현상의 이론

이 파트에서 우리는 도수 현상을 상세히 조사할 것이다. 이를 위해 다시 일정한 폭 b 인 직사각형 운하를 따르는 유체의 흐름을 고려한다. 흐름 영역은 세 부분으로 나눌 수 있다:

1. 속도와 깊이가 v_1, d_1 인, 얇은 깊이의 빠른 흐름의 초기 부분;
2. 흐름이 매우 난류이고 깊이가 변하며 에너지 손실이 일어나, 베르누이 방정식을 사용할 수 없는 전이 부분;
3. 일정한 속도 v_2 와 깊이 d_2 의 느린 흐름 부분.



도수 현상을 기술하기 위해, 선택한 영역의 왼쪽 경계가 부분 1 에, 오른쪽 경계가 부분 3 에 놓이도록 운하 내 물의 부피를 선택하자. 선택한 부피에 질량 보존 법칙과 운동량 변화 법칙을 적용할 수 있다.

B1 | 선택한 부피에 작용하는 정수압 힘 F 를 구하시오. 대기압의 기여가 0 이며 무시할 수 있음을 보일 수 있다 (증명은 요구되지 않음). 압력의 높이 의존성은 정지 유체에서와 같다고 가정한다. 답은 ρ, g, b, d_1, d_2 로 나타내야 한다.

B2 | v_1, v_2, d_1, d_2 를 연결하는, 질량 보존 법칙과 운동량 변화 법칙으로부터 따라 나오는 두 방정식을 적으시오. 답은 g, b, ρ 도 포함할 수 있다.

B3 | 얻은 방정식을 이용하여, 도수 후의 수심과 도수 전의 수심의 비 d_2/d_1 을 결정하시오. 답을 도수 전 흐름의 프루드 수 Fr 로 나타내시오.

B4 | 도수 전후 유체의 비에너지 차이 $\Delta E = E_2 - E_1$ 을 구하시오. 답을 g, d_1, d_2 로 나타내시오.

B5 | 프루드 수의 어떤 값에서 도수 현상이 가능한가?

파트 C. 싱크대에서의 도수 현상

이 파트에서 우리는 앞의 결과를 이용하여 싱크대에서 관찰될 수 있는 도수 현상의 매개변수를 추정할 것이다. 도수가 일어나는 원의 반지름을 결정하려면 완전한 이론이 필요할 것이다. 그러나 유체 점성과 표면 장력을 고려해야 한다. 따라서 우리는 이 반지름을 주어진 값으로 간주할 것이다.

부피 유량 $Q = 3.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ 인 분류가 수평면에 부딪치며, 표면에 닿기 직전 분류의 지름은 $D = 1.0 \text{ cm}$ 이고, 분류는 표면에 수직이라고 하자. 흐름은 분류의 대칭축에 대해 대칭이다. 도수 순간까지 유체 흐름에서 에너지 보존 법칙이 성립하며, 흐름 속도는 분류로부터의 거리에 의존하지 않는다고 간주한다.

C1 | 도수 전 유체 흐름의 속도 v 를 구하시오. 식과 수치값을 제시하시오. 답은 Q 와 D 로 나타내야 한다.

C2 | 물의 깊이 d 가 분류 중심으로부터의 거리 r 에 어떻게 의존하는가? 답을 D, r 로 나타내고, $r = r_c = 3 \text{ cm}$ (도수가 일어나는 반지름) 일 때 수치값을 구하시오.

C3 | 도수 현상이 일어나는 지점에서의 프루드 수 (수치값) 를 구하시오. 도수 동안 수심이 몇 배로 증가하는지 d_2/d_1 을 결정하시오.