

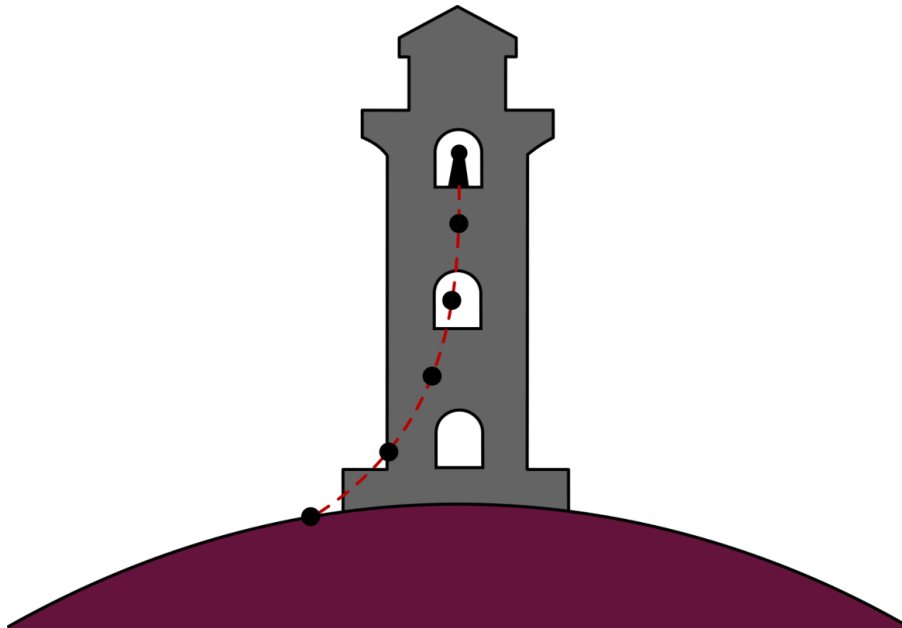
행성 (12점)

당신은 어쩌다 여기에 왔는지도 모른 채 낯선 외계 행성에 있는 자신을 발견한다. 가장 먼저 하려는 일은 지금 있는 행성에 대해 더 알아내는 것이다. 갈릴레오가 공을 떨어뜨리는 실험을 했다는 것이 떠올라, 이에 착안하여 높이 $H = 2000 \text{ m}$ 인 완전히 연직인 탑을 세운다. 이 탑이 있으므로 이제 탑의 임의의 높이 h (지면과, 놓기 직전 공의 아랫면 사이로 잴다)에서 공을 떨어뜨릴 수 있다. 쓸 수 있는 재료의 한계 때문에 반지름 $5 \text{ cm} \leq r \leq 50 \text{ cm}$, 밀도 $0.1 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 10 \text{ g/cm}^3$ 인 공만 떨어뜨릴 수 있다.

공을 떨어뜨릴 때마다 정지 상태에서 놓으며, 떨어지는 데 걸리는 시간 t 와, 공이 떨어진 지점과 공을 놓은 지점 바로 아래 지점 사이의 수평 거리 s 를 잴 수 있다.

실험을 시작하기 전에 이 행성에 대해 다음 사실들을 관찰하였다.

- 태양의 움직임으로 보아 당신은 이 행성의 적도 어딘가에 있다.
- 이 행성에는 대기가 있다. 공기 밀도는 그로 인한 부력을 무시할 수 있을 만큼 작다.
- 지면 온도는 $T_0 = 20^\circ\text{C}$ 이다.
- 적도를 따라 바람이 부는 것으로 보이며, 이 바람은 탑의 높이 전체에 걸쳐 균일하다. 바람 속도에 탑이 미치는 영향은 무시하라.



문제 상황을 과장하여 그린 그림.

모의실험 프로그램 설명

이 명령줄 프로그램은 공을 떨어뜨리는 높이 h , 공의 반지름 r , 밀도 ρ 를 입력하면 낙하 시간 t 와 탑 밑면으로부터의 편향 s 를 측정하는 실험을 모의한다. 모든 입력 변수 값은 해당 안내가 나온 뒤 키보드로 입력하며, Enter 키를 눌러 확정한다.

시작하려면 안내가 나올 때 다음 인증 키를 입력하라.

Enter Valid Authorization Key: 12345678.888

잘못된 값을 입력하면 프로그램이 시험 모드로 들어가며, 프로그램을 다시 시작해야 한다.

프로그램의 한 모의실험 주기의 전형적인 출력은 다음과 같다.

```

0 < h (m) < 2000 | h (m): 90
5 < r (cm) < 50 | r (cm): 13
0.1 < rho (g/cm^3) < 10.0 | rho (g/cm^3): 2
...
t (s) = 3.5, s (m) = 0.1
=====
0 < h (m) < 2000 | h (m): _

```

먼저 높이 h 를 m 단위로(0에서 2000 사이의 수), 다음으로 공의 반지름 r 을 cm 단위로(5에서 50 사이의 수), 마지막으로 공의 밀도 ρ 를 g/cm³ 단위로(0.1에서 10 사이의 수) 입력한다. 각 입력은 Enter 키로 확정한다. 그러면 프로그램이 t 를 s 단위로, s 를 m 단위로 출력한다.

그다음 프로그램은 다시 탑의 높이를 묻는 것으로 돌아간다.

실험 범위를 벗어난 값을 입력하면 오류 메시지가 나오고,

Value Out Of Bounds!

잘못 답한 안내로 되돌아간다.

높이 입력 h 는 1 m 단위로, r 는 1 cm 단위로, ρ 는 0.01 g/cm³ 단위로 반올림된다(더 정밀한 수를 입력하려 해 봐야 소용없다).

실험 결과에는 실제 상황에서의 제한된 정밀도를 모의하기 위해 무작위 오차가 들어 있다. 오차의 크기는 출력의 요동을 관찰하여 알아낼 수 있다.

프로그램을 끝내야 할 때에는 언제나 Ctrl+C를 누르라.

상수 및 유용한 관계식

중력 상수 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

이상 기체 상수 $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $0^\circ \text{C} = 273.15 \text{ K}$.

단면적이 A 이고 속력이 v 인 공이 밀도 ρ_a 인 공기 속에서 받는 공기 항력은 다음과 같다.

$$F_d = 0.24 A \rho_a v^2.$$

단열 대기의 밀도 분포는 다음과 같이 주어지며,

$$\rho_a(h) = \rho_{a0} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\mu g h}{R T_0} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = \rho_{a0} \left(1 - \frac{h}{H_0} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}},$$

이는 $T = 0 \text{ K}$ 가 되는 대기 상단까지 유효하다. 여기서 γ 는 단열 계수, μ 는 공기(즉 행성 대기를 이루는 기체)의 몰 질량, g 는 중력 가속도, h 는 지면으로부터의 높이이다.

파트 A. 행성의 성질 (3.0점)



A.1 적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성의 중력 가속도 g 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 2.0pt

A.2 적도를 따라 탑에서 멀어지며 걸어가 보니 $L = 230 \text{ km}$ (자신과 탑 꼭대기 사이의 거리로 잰다) 떨어진 곳까지 탑이 보인다. 이 행성의 반지름 R 은 얼마인가? 당신의 키는 탑의 높이보다 훨씬 작다고 가정해도 된다. 0.5pt

A.3 이 행성의 질량 M 을 어림하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. M 의 어림값의 정확도에 가장 크게 기여하는 물리적 효과는 무엇인가? 답안지에서 해당하는 효과에 표시하라. 0.5pt

파트 B. 대기의 성질 (6.5점)

B.1 적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성 표면에서의 바람 속력 u 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 2.0pt

B.2 자료를 추가로 모으거나 앞의 자료를 다시 이용하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려, 이 행성 표면에서의 공기 밀도 ρ_{a0} 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 1.0pt

B.3 대기가 단열 계수 $\gamma = 1.4$ 인 단열 대기라고 가정하고, 적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 대기의 두께 H_0 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 3.0pt

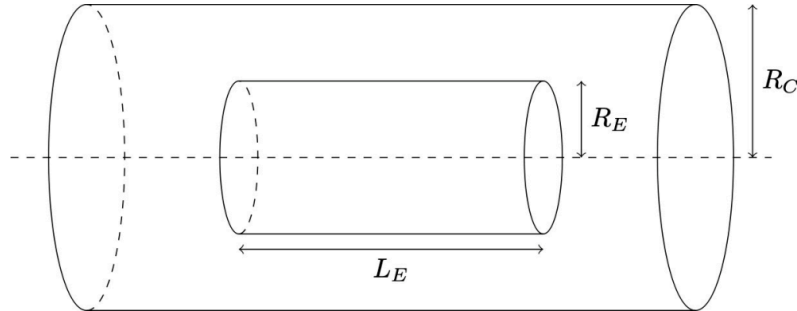
B.4 공기의 물질량 μ 와 탑 밑면에서의 기압 p_0 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 0.5pt

파트 C. 하루의 길이 (2.5점)

C.1 적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성에서 하루의 길이 T_p 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. 2.5pt

원통형 다이오드 (8.0점)

원통형 진공 다이오드는 축이 같은 두 원통으로 이루어진다. 반지름 R_E , 길이 L_E 인 이미터가 전자를 내놓고, 이 전자들은 진공을 지나 반지름 R_C 이고 실효적으로 길이가 무한한 컬렉터로 이동한다. 컬렉터는 양의 전위 V 에 있고 이미터는 접지되어 있으므로, 전자는 이미터에서 컬렉터로 끌려간다.



이미터는 가열되어 있어 전위차를 따라 가속될 수 있는 전자가 언제나 남아돌게 공급된다. 이 전자들이 진공을 플라스마로 채운다. 플라스마의 성질 때문에 다이오드에 흐를 수 있는 전류에는 최댓값이 있으며, 이 값은 컬렉터의 전위와 계의 기하학적 구조에 의존한다.

이 실험 내내 측정은 $R_C \geq 5R_E$ 범위로 제한해야 한다.

L_E 가 R_C 에 비해 충분히 클 때 다이오드를 흐르는 최대 전류는 다음과 같다고 가정한다.

$$I_\infty = GR_C^\alpha L_E^\beta V^\gamma \quad (1)$$

여기서 $G = G(R_C/R_E)$ 는 상수가 아니라 무차원 비 R_C/R_E 의 함수이다.

L_E 가 R_C 와 비슷한 크기일 때에는 위 표현에 보정이 필요하며, 다이오드를 흐르는 최대 전류는 다음과 같이 주어진다.

$$I_L = I_\infty F(R_C, R_E, L_E, V) \quad (2)$$

여기서 F 는 R_C, R_E, L_E, V 의 일부 또는 전부에 대한 무차원 함수이다. 식 (1)은 $F = 1$ 인 경우의 식 (2)의 특수한 경우이다.

이 실험에서는 반지름이 0.1 cm에서 최대 20.0 cm까지 0.1 cm 간격인 임의의 원통을 모의로 쓸 수 있다. 원통의 길이는 1.0 cm에서 99.0 cm 사이에서 역시 0.1 cm 간격으로 고를 수 있다. 컬렉터에 0에서 2000 V 사이의 양의 전압을 걸어 주는 모의 전원 장치가 있고, 다이오드를 흐르는 전류를 잴 수 있는 전류계가 있다.

자료 수집을 더 효율적으로 계획할 수 있도록, 시작하기 전에 모든 과제를 빠르게 훑어보기를 권한다.

모의실험 프로그램 설명

Exp2라는 이름의 모의실험 프로그램을 쓰면, 컬렉터 반지름 R_C , 이미터 반지름 R_E 와 길이 L_E , 그리고 이미터와 컬렉터 사이의 전위차 V 라는 입력 변수들의 여러 조합에 대해 최대 전류 I 를 원하는 만큼 측정할 수 있다. 모든 입력 변수 값은 해당 안내가 나온 뒤 키보드로 입력하며, Enter 키를 눌러 확정한다.

시작하려면 안내가 나올 때 다음 인증 키를 입력하라.

Enter Valid Authorization Key: 12345678.888

잘못된 값을 입력하면 프로그램이 시험 모드로 들어가며, 프로그램을 다시 시작해야 한다.

프로그램의 한 모의실험 주기의 전형적인 화면은 다음과 같다.

```
0.1 < R_C (cm) < 20.0 | R_C (cm): 18.5
0.1 < R_E (cm) < 20.0 | R_E (cm): 13.2
0.1 < L_E (cm) < 99.0 | L_E (cm): 35.3
1.0 < V_C (V) < 2000.0 | V_C (V): 207
```

```
I (A) = 1.04
```

```
=====
0.1 < R_C (cm) < 20.0 | R_C (cm):
```

먼저 컬렉터 반지름을, 그다음 이미터 반지름을, 그다음 이미터 길이를 각각 cm 단위로 입력하고, 마지막으로 전위차를 V 단위로 입력한다. 각 입력은 Enter 키로 확정한다.

그다음 프로그램은 다시 컬렉터 반지름을 묻는 것으로 돌아간다.

실험 범위를 벗어난 값을 입력하면 오류 메시지가 나오고,

Value Out Of Bounds

잘못 답한 안내로 되돌아간다.

모든 길이는 mm 단위까지만, 모든 전압은 V 단위까지만 기록되므로 더 정밀한 수를 입력해도 측정이 좋아지지 않는다. 다만 어떤 길이든 최대 0.5 mm, 어떤 전압이든 최대 0.5 V의 불확도가 있다. 그래서 같은 측정을 되풀이해도 전류 값이 다르게 나올 수 있다.

전류계는 자동 범위 조정 방식이어서 유효숫자를 세 자리만 보여 주며, 필요에 따라 A 눈금과 mA 눈금을 오간다. 불확도는 마지막으로 표시된 자릿수의 $\pm \frac{1}{2}$ 이다. mA로 표시되는지 A로 표시되는지 주의하라.

전류계의 정격 전류 40 A를 넘기면 전류계가 타 버린다. 프로그램이 이를 알려 주고, 다음 측정을 위해 전류계를 자동으로 고쳐 준다.

프로그램을 다시 시작하기 위해 끝내야 할 때에는 언제든지 Ctrl+C를 누르라.

파트 A: 지수 구하기 (4.5점)

각 결과의 오차 한계 분석과 함께 식 (1)의 지수들을 구하라.

A.1	변수 V 에 대한 지수 γ 를 구하는 데 쓸 수 있는 자료를 모으라. 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그리라. 편의를 위해 선형 모눈종이와 로그-로그 모눈종이를 모두 제공하지만 그래프는 하나만 그리면 된다. γ 의 값을 제시하고 결과의 불확도 분석도 제시하라.	1.5pt
------------	--	-------

A.2	변수 L_E 에 대한 지수 β 를 구하는 데 쓸 수 있는 자료를 모으라. 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그리라. 그래프는 하나면 충분하다. β 의 값을 제시하고 결과의 불확도 분석도 제시하라.	1.5pt
------------	---	-------



- | | | |
|------------|---|-------|
| A.3 | 변수 R_C 에 대한 지수 α 를 구하는 데 쓸 수 있는 자료를 모으라. 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그리라. 그래프는 하나면 충분하다. α 의 값을 제시하고 결과의 불확도 분석도 제시하라. | 1.5pt |
|------------|---|-------|

파트 B: 계수 G 구하기 (1.0점)

$R_C = 10R_E$ 일 때 함수 G 의 값을 구하라.

- | | | |
|------------|--|-------|
| B.1 | 자료를 추가로 모으거나 앞의 자료를 다시 이용하여 $R_C = 10R_E$ 일 때의 G 값을 구하고, 결과의 불확도 분석도 제시하라. | 1.0pt |
|------------|--|-------|

파트 C: 무차원 함수 F 구하기 (2.5점)

식 (2)에서 L_E 가 R_C 와 비슷한 크기일 때 R_C, R_E, L_E, V 중 어느 것이 F 에 영향을 주는지 실험으로 알아내라.

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | 답안지의 변수 목록에 대해 그 효과의 방향을 제시하라. 예를 들어 R_C 를 키우면 F 는 커지는가, 작아지는가, 그대로인가? | 0.5pt |
| C.2 | $L_E \approx R_C$ 일 때 함수 F 는 하나의 변수 x 에 대해 선형으로 근사할 수 있음이 관찰된다. 여기서 x 는 R_C, R_E, L_E, V 중 두 개만의 함수이다. 답안지에 x 로 가능한 함수 형태가 여러 개 있다. 가장 중요한 거동을 담아내는 것을 고르라. | 0.5pt |
| C.3 | $L_E \approx R_C$ 인 값들에 대해 $F(x) = A + Bx$ 형태의 선형 함수를 가정하고, 실험으로 변수 B 를 구하라. 범위는 $R_C/2 \leq L_E \leq 2R_C$ 로 제한하라. F 를 선형 함수로 근사할 수 있도록 자신이 고른 하나의 적절한 양 x 에 대한 알맞은 그래프를 그리라. 오차 분석은 필요하지 않다. | 1.5pt |