

지진과 화산을 감지하기 위한 평행 쌍극자 방식 자기 함정

A. 서론

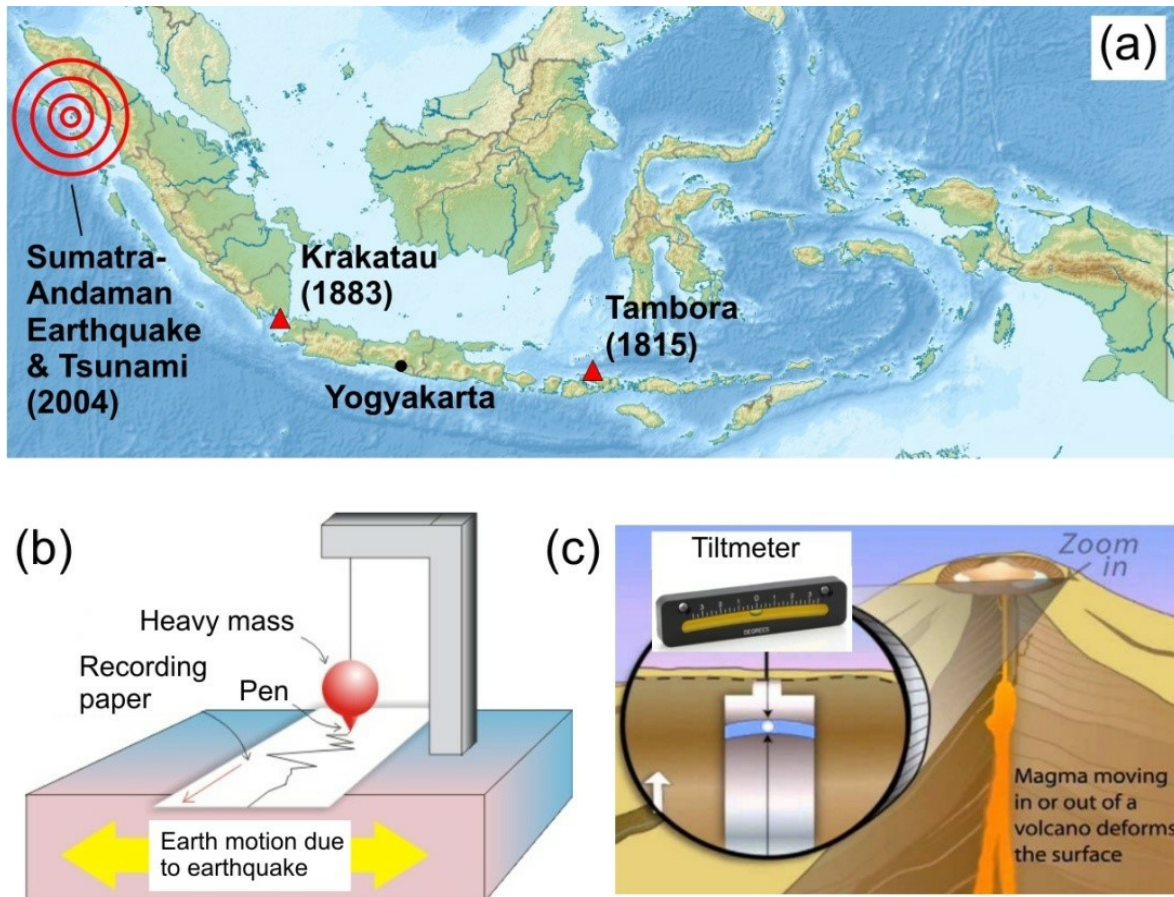


Figure. 1 (a) 지금까지 잘 알려진 자연재해 지역을 보여주는 인도네시아 지도 (b) 지진을 탐지하는 일반적인 지진계 (c) 화산을 감시하는 경사계(tiltmeter)

인도네시아는 세계에서 가장 큰 군도로, 열대기후 지방에 약 17,000개의 섬이 불규칙하게 분포하고 있으며, 따라서 “적도의 보석”이라고 불리곤한다. 하지만, 불행하게도 지진이나 화산 분출과 같은 자연 재해가 매우 많이 발생한다. 수마트라-안다만(Sumatra-Andaman) 지진 및 해일(2004)과, 크라카투(Krakatau) (1883)과 탐보라(Tambora) (1815)에서 발생한 화산 분출은 지구 역사에 기록될만한 심각한 재해이다. 지진을 탐지하기 위해 지진계를 활용하는데, 이는 진자를 기반으로 한 방식으로 지표면의 변위나 가속도를 측정한다. (그림 1.b) 화산을 모니터링하기 위해서는 경사계(tiltmeter)을 이용하여, 지표면의 기울기 변화를 알아내어 지표 아래의 마그마 운동을 탐지한다. 이 문제에서는 지진 감지와 화산 감시에 응용되는 평행 쌍극자 방식(Parallel Dipole Line; PDL) 자기 함정 시스템이라고 불리는 새로운 종류의 자기 함정(magnetic trap) 센서의 물리학과 그 응용에 대해서 탐구해본다.

평행 쌍극자 방식 시스템(PDL)은 선형적으로 분포된 두 개의 자기 쌍극자(또는 쌍극자 선으로 불린다)가 그림 2와 같이 정렬되어 있는 것이다. 최근에 두 명의 인도네시아 물리학자는 이러한 시스템에서 매우 흥미로운 효과를 발견하였다. 만약 쌍극자 선의 길이가 특정한 길이보다 길면, 자기장의 세기가 가장자리에서 매우 커지게 되어 그림 2a와 같은 “낙타등 퍼텐셜

(camelback potential)”을 만든다. 이러한 “낙타등 ”효과는 이러한 시스템이 새로운 종류의 자기 함정인 평행 쌍극자 방식 트랩(PDL)으로 작용할 수 있게 한다. 지름방향으로 자화된 원기둥 형태의 자석 쌍을 그림 2c와 같이 배치하여 실험적으로 PDL 방식의 자기함정을 만들 수 있으며, 이 때 N극과 S극은 원기둥의 옆면(곡면)에 위치한다.

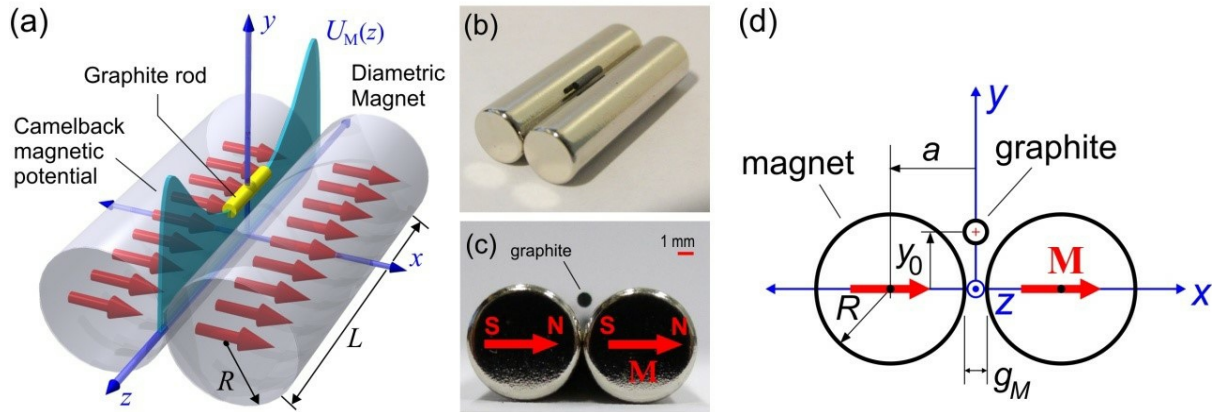


Figure 2. (a) z 방향으로 낙타등 퍼텐셜이 있는 평행 쌍극자 방식 함정 모델 (b) 원기둥모형의 자석을 이용한 실험 구성 (c) 단면도 (d) PDL 함정의 개요도 [* Gunawan and Virgus, J. Appl. Phys. 121, 133902 (2017)].

만약 흑연 막대(rod) (예, 샤프심)를 함정에 넣으면, 특정 조건이 만족될 때 공중에 떠서 갇히게 된다. 그 이유는 x 방향으로 양쪽의 자석에 의해 밀리고, 수직 방향인 y 방향으로 자기적 반발력과 중력이 높이 y_0 에서 균형을 이루며, 길이방향인 z 방향으로 낙타등 퍼텐셜이 흑연 막대를 안정하게 가두기 때문이다.

자기 함정의 낙타등 퍼텐셜은 1차원 진동자로 다룰 수 있다. 흑연 막대를 z 방향으로 약하게 살짝 건드리면 (a little perturbation) 그림 3a와 같이 미급감쇠(underdamped)를 한다. 이러한 PDL 함정은 매우 민감한 지진계로 활용할 수 있다. 만약 자기 함정이 놓인 지표면이 흔들리면, 흑연 막대가 함정 안에 갇힌 채로 진동하며 그 변위가 “지진”의 신호가 된다. 이와 유사하게 민감한 경사계(tiltmeter)로 흑연 막대가 사용될 수 있는데, 이 함정을 살짝만 기울이더라도 흑연 막대에 어떠한 마찰도 작용하지 않으므로 크게 움직이게 된다.

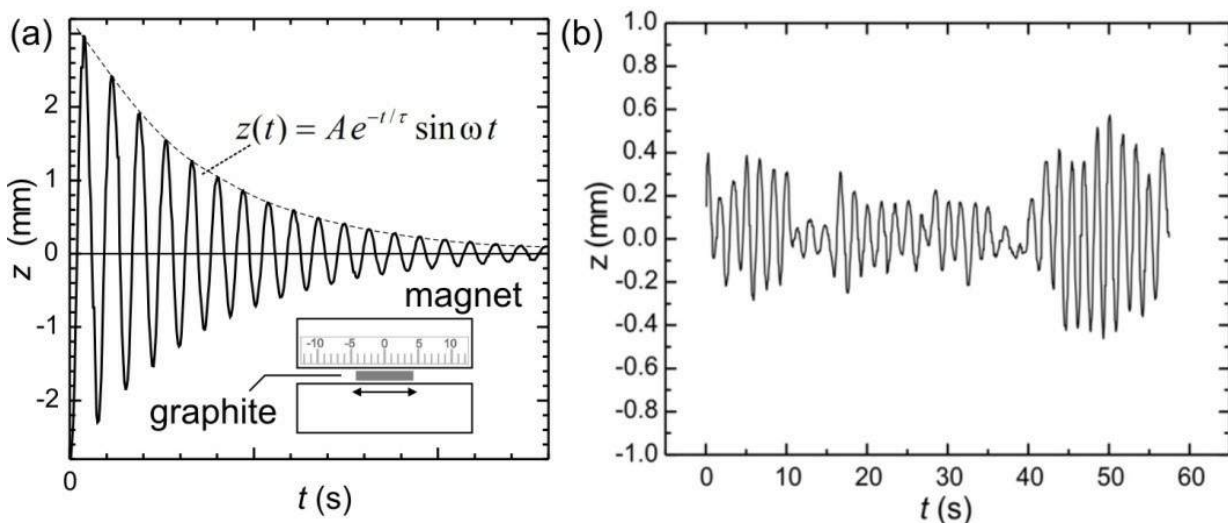


Figure 3. (a) 낙타등 퍼텐셜 방향에 따른 흑연 막대의 미급감쇠(Underdamped) 진동 (b) 지진계로 응용 : PDL 자기 함정을 이용한 지표면의 진동 탐지

이제부터 PDL 방식 자기 함정의 물리와 응용에 대해 2개의 부분으로 나누어 탐구해보자.

Section A: 기본적인 특성

- (1) 자석의 자화 M 을 결정하기 (2.5점)
- (2) 자기부양과 자석의 자화율 χ 측정 (1.0점)
- (3) 낙타등 퍼텐셜에서의 진동과 자화율 χ (1.0점)
- (4) 진동자의 Q 인자(quality factor)와 공기의 점성도 μ_A 결정 (3.0점)

Section B: 응용

- (5) PDL 식 자기 함정 지진계 (0.5점)
- (6) PDL 식 자기 함정 경사계 (2.0점)

B. 실험장비들

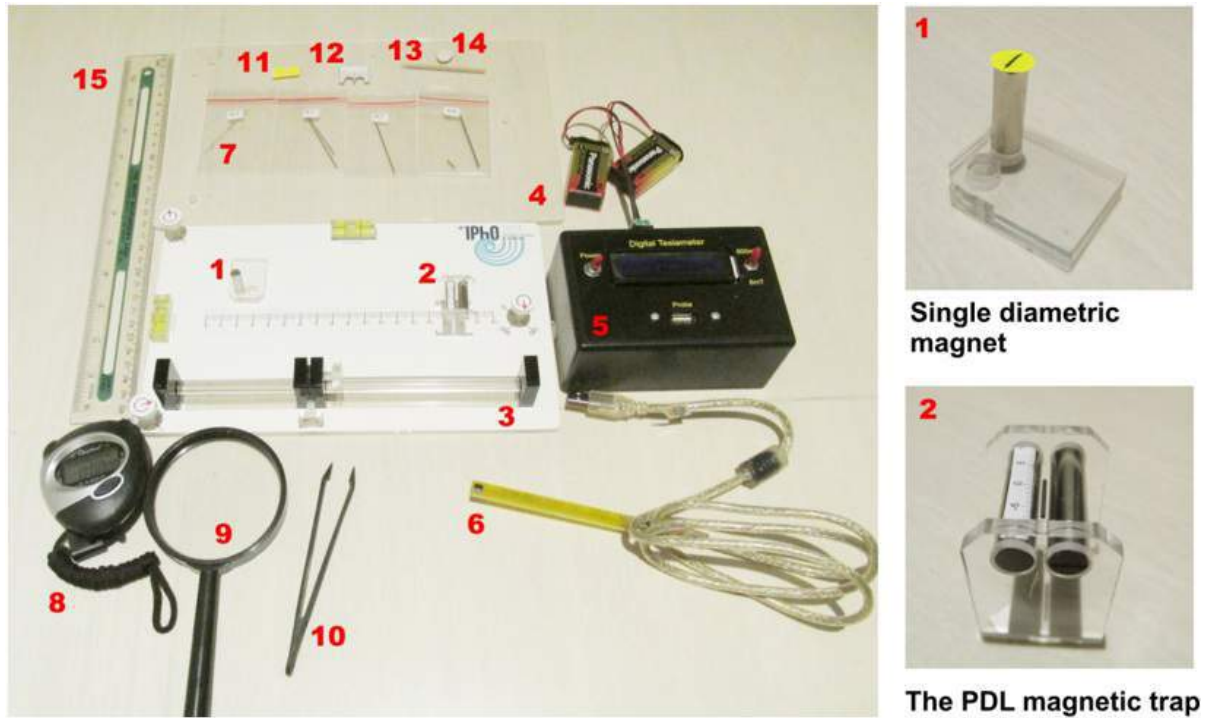


Figure 4. The experimental setup.

1. 하나의 원기둥형 자석 어셈블리. 자화(magnetization) 방향을 표시하기 위한 노란색 스티커
2. PDL식 자기적 트랩 어셈블리 (사진에는 떠 있는 흑연 막대가 포함되어 있음)
3. 3개의 스크류가 달린 위쪽 플랫폼
4. 아래쪽 플랫폼
5. 테슬라미터(자기장 측정계)를 작동하기 위해 건전지가 제공되며 이것은 전선으로 홀(자기장) 센서에 연결되어 있다.
6. 테슬라미터의 홀 센서 프로브(탐침)

7. 4가지 다른 지름의 흑연 막대 (샤프심) (HB/0.3, HB/0.5, HB/0.7, HB/0.9)

여기서 숫자는 대략의 지름을 의미하여, 예를 들어 HB/0.5는 지름이 대략 0.5mm임을 의미한다. 정확한 지름값을 알아내기 위해서는 상수와 데이터 표를 참고하십시오. 흑연 막대는 문제에서 지시하는대로 특정한 길이로 잘라야할 것이다.

8. 스탑워치

9. 확대경

10. 핀셋 (정전기가 남지 않는)
11. 노란색 원형 스티커 – 하나의 자석에서 자화의 방향(N-S극)을 표시하기 위함
12. “삽입가능 자” 흑연막대가 떠 있는 높이를 측정하기 위함
13. 흑연 막대를 살며시 움직이게 하기 위한 이쑤시개
14. 플랫폼에 붙이기 위한 접합 찰흙
15. 자

지시사항과 주의사항:

1. 자석이 하나인 어셈블리와 자석이 2개인 PDL식 자기 트랩 어셈블리는 서로 멀리 떨어지게 하시오. 만약 이들이 서로 붙게되면 깨질 수 있다.

2. 배터리를 아끼기 위해 테슬라미터를 사용하지 않는 경우에는 꺼두시오.

3. 7번과 11~14번을 아래쪽 플랫폼(4번 장치)에서 분리하고, 위쪽 플랫폼 (3번장치)을 아래쪽 플랫폼 4번 위에 조심스럽게 설치하십시오.

4. 위쪽 플랫폼의 기울기를 미세적으로 조절하기 위해 3개의 스크류를 사용할 수 있다.

상수와 데이터:

원통형 자석의 반지름	:	$R = 3.2 \text{ mm}$
원통형 자석의 길이	:	$L = 25.4 \text{ mm}$
PDL 함정 두 자석 사이의 거리	:	$g_M = 1.5 \text{ mm}$
흑연의 밀도	:	$\rho = 1680 \text{ kg/m}^3$
"HB/0.3" 흑연 막대의 지름	:	$d = 0.38 \text{ mm}$
"HB/0.5" 흑연 막대의 지름	:	$d = 0.56 \text{ mm}$
"HB/0.7" 흑연 막대의 지름	:	$d = 0.70 \text{ mm}$
"HB/0.9" 흑연 막대의 지름	:	$d = 0.90 \text{ mm}$
방의 온도	:	$T = 298 \text{ K}$
진공에서 자기 투자율	:	$\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
볼츠만 상수	:	$k_B = 1.38064852 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
중력가속도	:	$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

C. 실험과 문제들

SECTION A. PDL식 자기 트랩의 기본적인 특성들

[1] 자석의 자화 M 을 결정하기 (2.5점)

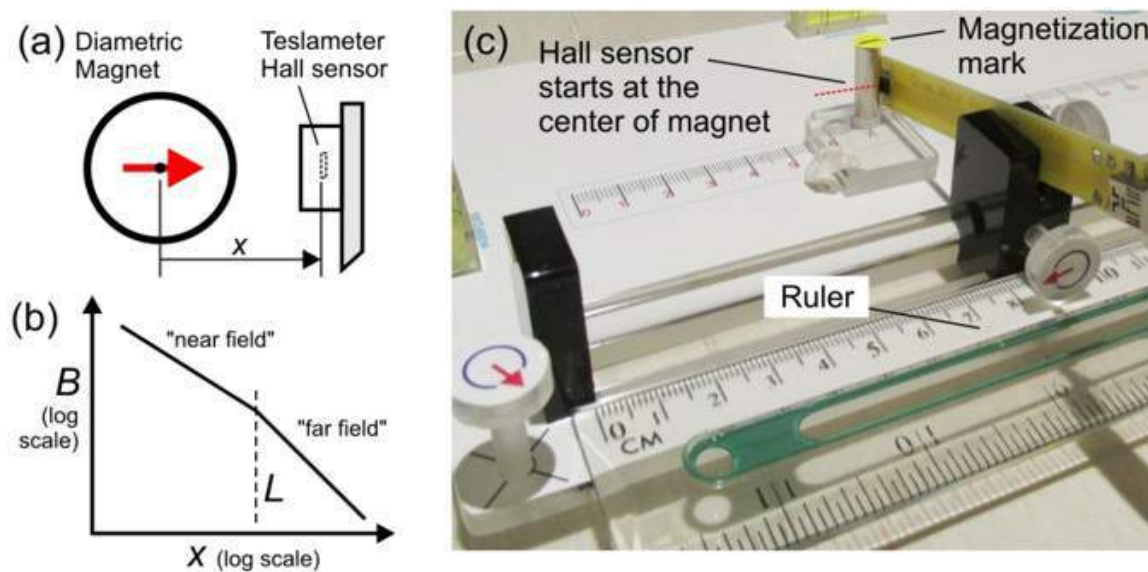


Figure 5. (a) 자기장을 측정하는 방법 (b) 자기장의 profile (x 방향의 변화) (c) 실험장치 구성

자기 함정(trap)의 세기는 자석 하나의 전체 자기 쌍극자 모멘트 m 과 관계가 있다. 단위 부피당 국소 자기 쌍극자 모멘트의 벡터합을 자화 M 이라고 하는데 자성 물질의 특성을 결정하며, 원통형 자석의 경우 다음과 같이 주어진다.

$$M = \frac{m}{\pi R^2 L} \quad (1)$$

R 은 반경이고, L 은 자석의 길이이다. (상수와 데이터 참고)

이 실험에서 M 의 값은 모든 자석들에 대해 같다고 하자. 우리는 PDL 방식 자기 함정에 사용된 자석의 M 을 결정하고, 자기장의 profile(강도 및 방향변화)을 탐구할 것이다.

하나의 원통형 자석 어셈블리를 이용하여 그림 5.c와 같이 실험장치를 구성하자. 그림 6.a와 같이 자화 방향 M 을 정렬하여 자기장 측정 홀센서를 향하게 한다. 테슬라미터를 이용하여 x 축 방향으로 거리에 따른 자기장의 세기를 측정하자. 가까운 자기장(near field) 또는 "쌍극자 라인" 한계 정도인 대략의 $x \leq 16$ mm인 영역에서의 B 의 profile:

$$B_I(x) = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^2 L} \quad (2)$$

그림 6.a와 같이, x 축은 원통형 자석의 자화 방향과 평행하고, x 는 원통형 자석의 중심으로부터 자기장 센서 팁 속의 홀 센서까지의 거리이다. 그림 6.b에서 보인 오프셋(offset) 문제를 참조하시오.

우리는 여기에서 가까운 영역(near field)에서만 측정을 할 것이다:

A.1	근처에 어떤 다른 자석이 없도록 한 다음, 테슬라미터의 영점 조정을 위한 자기장 조절량(zero offset, B_0)을 기록하시오. 이후의 자기장 측정시 측정값에서 이 값을 빼주시오.	0.1 pt.
A.2	가까운 영역일 때 ($7 \leq x \leq 16$ mm), 자기장 B 를 x 에 따라 측정하시오. x 는 자석 중심으로 부터의 거리이다. 답안지에 그 값을 기록하고, 그래프를 그리시오. 아래 "HINT & DIRECTION" 지 시사항을 준수하여 측정하시오.	1.15 pt.
A.3	지수 p 의 값을 결정하기 위해 실험 데이터를 활용하시오.	0.75 pt.
A.4	자석의 자화 M 을 구하시오.	0.5 pt.

HINTS & DIRECTIONS:

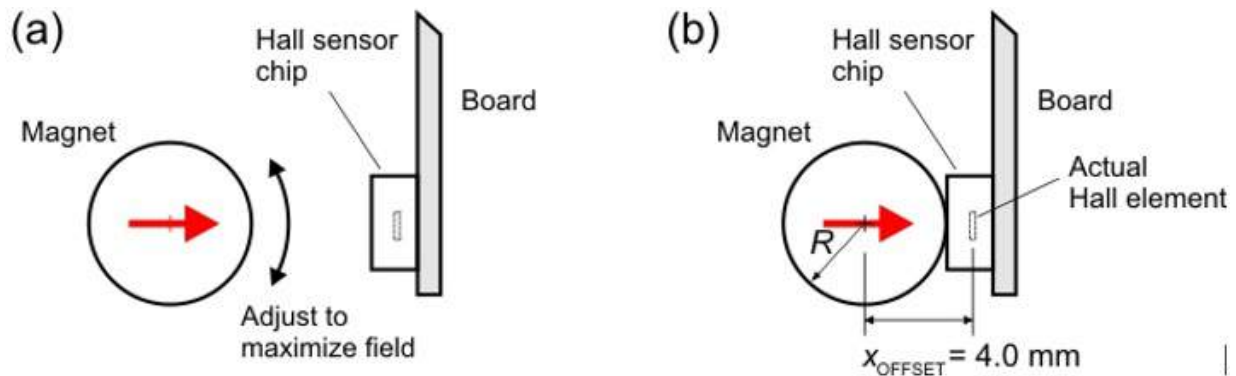


Figure 6. 자기장 측정 (a) 자화 방향의 조정 (b) 오프셋(영점보정)의 문제

1. 테슬라미터(자기장 측정기)를 사용하지 않을 때는 배터리를 아끼기 위해 전원을 꺼두시오.

2. 테슬라미터는 약 2초를 기다린 후에 수치를 읽으시오.

3. x 는 자석 중심으로부터의 거리입니다. 자석의 반지름 $R = 3.2$ mm 입니다.

4. 실험장치 구성은 그림 5C. 를 참고하시오.

5. 그림 6a처럼, 자화 방향이 홀 센서의 방향과 맞으면 자기장이 최대로 측정된다. 이를 위해 자석을 회전하여 조정하시오. 자석의 자화 방향을 표시하기 위해서는 노란색 둥근 스티커를 이용할 수 있다.

6. 홀 센서가 자석에 닿을 때, 자석의 중심과 홀 센서 사이의 실제 거리를 오프셋(offset value) 값이라 하고, $x_{OFFSET} = 4$ mm 입니다.

7. 홀센서의 위치가 $x = 5$ mm 에서 측정을 시작하십시오. 센서가 자석에 닿을 때($x = 4$ mm)의 측정 값은 홀 센서의 측정 값이 포화되거나(saturated), 홀 센서 프로브가 휘어졌을 수 있으므로 사용하지 마십시오.

[2] 자기력에 의한 공중 부양 효과(levitation effect)와 자화율 (χ) (1 pt.)

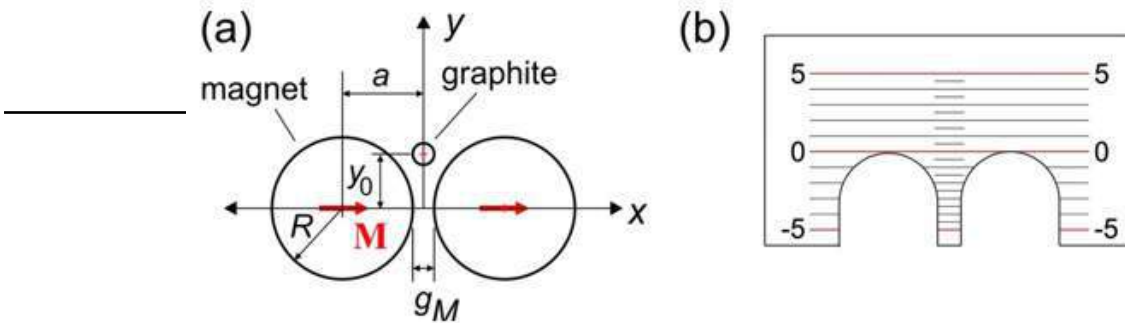


Figure 7. (a) PDL 방식 자기 함정에서 자기력에 의한 공중 부양 효과 (b) 공중 부양 높이 y_0 를 측정하기 위한 삽입자.

PDL 함정은 자기력에 의한 부양 효과를 보일 수 있다. 흑연 막대는 그림 7(a).처럼 함정의 중심으로부터 y_0 높이에 공중에 뜨게 된다. 흑연 막대는 자화율 χ 과 막대의 위치 y_0 에 따라 변화하는 힘 $F_M(y_0)$ 으로 자석을 밀어낸다. 자화율은 자기장에 비례하여 물질이 자화되는 정도를 나타내고, 관계식은 다음과 같다: $\mu = (1 + \chi)\mu_0$. 여기에서 μ 는 물질의 자기 투자율이다. PDL 함정에서 흑연 막대에 미치는 자기적 척력은 다음과 같다:

$$F_M(y_0) = -\frac{\mu_0 M^2 \chi V_r}{2} \frac{R^4}{a^5} f\left(\frac{y_0}{a}\right) \quad (3)$$

힘은 위쪽 방향이고, 수식에서 마이너스 부호로 표시된다. 여기에서 V_r 은 흑연 막대의 부피이고, M 은 자석의 자화 크기이다. (문제 1에서 구함) a 는 자석의 중심으로부터 주어진 위치: $a = R + g_M/2$ (그림 7a), 여기에서 g_M 은 자석 사이의 거리로 $g_M = 1.5$ mm이다. $f(u)$ 는 함정에 의한 자기 척력의 정도로서 다음과 같이 단위가 없는 함수로 주어진다.

$$f(u) = \frac{4u(3-u^2)(1-u^2)}{(1+u^2)^5} \quad (4)$$

A.5	흑연 막대는 HB/0.5를 길이 = 8 mm 로 잘라 조심스럽게 놓으시오. 흑연 막대의 부양된 높이 y_0 를 그림 7a처럼 측정하시오. 힌트 : 그림 7b에서 보여준 삽입자를 사용하시오. 자석 위로 자를 잘 눌러서 흑연 막대의 위치를 읽으시오.	0.1 pt.
A.6	A.5에서 얻은 결과를 이용하여 흑연 막대의 자화율 χ 을 결정하시오.	0.8 pt.
A.7	흑연 막대는 어떤 종류의 자성물질인지 다음중에서 고르시오: (i) 강자성(ferromagnetic); (ii) 상자성(Paramagnetic); (iii) 반자성(Diamagnetic)	0.1 pt.

[3] 낙타등 모양 퍼텐셜에서의 진동과 자화율(χ) (1 pts)

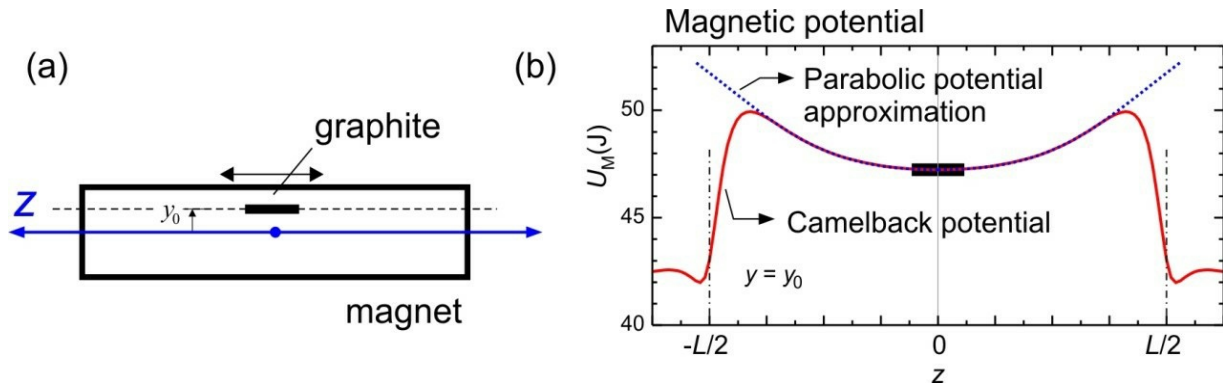


Figure 8. (a) 높이 y_0 에서의 흑연 막대의 진동. (b) PDL 합정의 낙타등 모양 퍼텐셜과 퍼텐셜의 포물선(2차) 근사

우리는 그림 8에서와 같이 PDL 방식 자기 합정에서 낙타등 모양 퍼텐셜에서의 진동을 이용하여 좀 더 정확하게 자화율(χ)을 측정할 것이다. 작은 진동 폭($z < 4$ mm)에서 자기적 퍼텐셜은 포물선 모양의 2차함수로 근사할 수 있다: (그림 8b의 점선 곡선 참조.)

$$U_M = \frac{1}{2}k_z z^2 \quad (5)$$

여기에서 k_z 는 근사한 퍼텐셜의 스프링 상수이고, z 는 흑연 막대의 질량 중심 위치이다. 스프링 상수 k_z 는 (문제 1에서 구한) 자석의 자화 M 과 자화율 χ 에 따라 달라진다.

$$k_z = -C_1 \mu_0 \chi M^2 V_r \quad (6)$$

여기에서 μ_0 는 자기 투자율(magnetic permeability), V_r 은 흑연 막대의 부피, $C_1 = 198.6 / \text{m}^2$ 는 자기 합정 장치의 고유 상수이다.

자기 트랩의 가운데에 흑연 막대를 조심스럽게 놓는다. 나사 손잡이를 가만히 돌려 플랫폼의 높이를 조절하여 흑연봉이 트랩의 가운데에 머무를 수 있도록 한다. 이쑤시개등으로 흑연봉을 살며시 조금 움직여 낙타등 퍼텐셜을 따라 흑연 막대가 진동하도록 유도한다.

A.8	"HB/0.5", $l = 8$ mm인 흑연 막대에 대해 작은 진폭($A < 4$ mm)의 진동을 유도한다. 이것의 진동 주기를 결정하라. (진동은 시간에 따라 감쇠하겠지만, 이 문제에서는 감쇠효과를 무시한다.)	0.2 pt.
A.9	이 진동을 이용하여 흑연의 자화율 χ 을 계산하라.	0.8 pt.

[4] 진동자의 Q-인자 공기의 점성도(viscosity)의 어림 계산 (3 pt.)

우리는 흑연막대의 진동이 공기 저항 때문에 감쇠됨을 관측하고, 흑연막대의 크기(지름과 길이)에 따라 공기저항이 어떻게 변화하는지 이해하여, 공기의 점성도를 어림계산 하고자 한다. 흑연막대의 움직임은 그림 3a에서 볼 수 있듯이, 미급감쇠(underdamped) 진동으로 모델링될 수 있다: $z(t) = Ae^{-t/\tau} \sin(\omega t)$ 여기에서 μ_A 는 초기 진폭이고 $\omega = 2\pi f$ 는 각진동수 그리고 t 는 시간이다. 진동폭은 $\exp(-t/\tau)$ 만큼씩 시간에 따라 감쇠한다. 여기에서 τ 는 감쇠 시간상수이다. 이 값이 Q-인자(quality factor)를 다음에서 정의된 바와 같이 결정한다. $Q = \omega\tau/2$. 만약 $Q > 0.5$ 이면 이 진동은 미급감쇠(underdamped)이고, $Q = 0.5$ 이면 임계감쇠(critically damped), $Q < 0.5$ 이면 과급감쇠(overdamped)이다. 이 Q-인자는 PDL 방식 자기 트랩을 지진계(seismometer) 또는 경사계(tiltmeter)로 디자인하는데 중요하다.

우리는 흑연 실린더 막대를 긴 타원체로 근사하여 감쇠 시간상수 τ 를 계산하고 스토크 끌기힘(Stoke drag force)를 계산한다. 감쇠 시간상수 τ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tau = \frac{2}{3} \frac{\rho r^2}{\mu_A} \ln \left(0.607 \times \frac{l}{r} \right) \quad (7)$$

여기에서 ρ , r 과 l 은 흑연막대의 질량밀도, 반지름, 길이이고 μ_A 는 공기의 점성도(viscosity)이다. 우리는 이 모델을 이용하여 공기의 점성도를 어림계산 하고자 한다.

A.10	우리는 진동 진폭의 감쇠 시간상수 τ 를 결정해야 한다. 어떻게 τ 를 측정할지 간단한 방식으로 스케치하라.	0.5 pt.
A.11	진동 감쇠 실험을 길이가 8 mm인 다양한 지름의 흑연 막대들에 대해서 행하라. 각각의 지름의 흑연 막대에 대하여 진폭의 감쇠 시간 상수 τ 를 정하라.	1.5 pt.
A.12	공기 점성도(viscosity, μ_A)를 정하라.	1.0 pt.

SECTION B. 센서로 활용

[5] PDL 함정 지진계 (0.5 pt.)

PDL 자기적 트랩을 이용하여 지진계를 설계한다고 가정해보자. 지진계로 활용하기 위해 우리는 매우 높은 민감도(sensitivity) 또는 매우 낮은 가속도의 "잡음 바닥(noise floor)" 을 가져야한다. 이것은 센서가 측정할 수 있는 가장 낮은 가속도로써 "잡음 바닥"은 $m/(s^2 Hz^{0.5})$ 의 단위로 다음과 같이 주어진다:

$$a_n = \sqrt{\frac{4k_B T \omega}{Q m_R}} \quad (8)$$

여기에서 k_B 는 볼츠만 상수이고, T 는 온도이며, m_R 은 막대의 질량이다. 문제 4번에서 몇몇 지름의 흑연 막대의 감쇠 시간 τ 를 측정하였을 것이다. 지진계로 가장 적절하다고 생각하는 것을 골라보자.

B.1	지름이 얼마인 흑연 막대를 골랐는가?	0.2 pt.
B.2	당신이 고른 막대를 이용하여 지진계의 잡음 바닥(a_n)을 계산하시오.	0.3 pt.

[6] PDL 합정 경사계 (2 pt.)

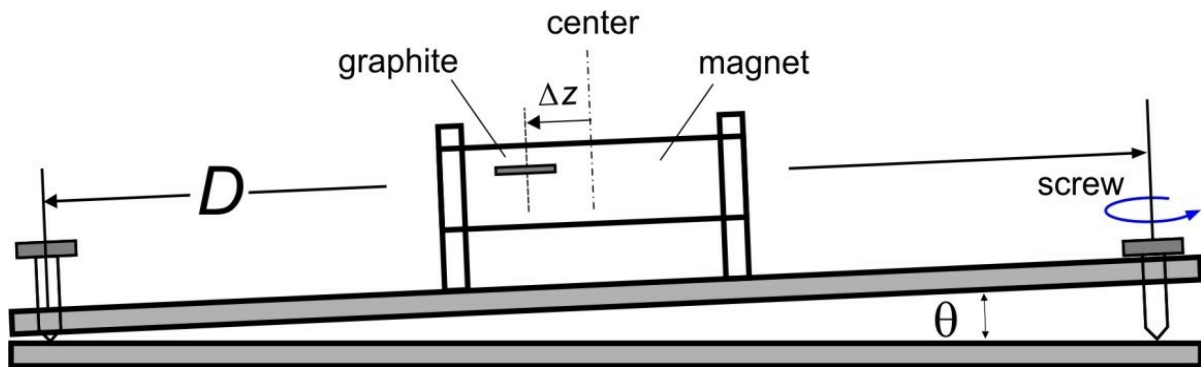


Figure 9. 경사계로 활용하는 PDL 합정

화산을 모니터링하기 위한 매우 민감도 높은 경사계로 PDL식 자기 합정을 조사해보자. 스크류를 돌려서 지표면의 경사도 변화를 주는데, 여기에서 스크류의 나사산 크기 S 를 결정하자. 여기에서 S 는 단위 회전 당 높이의 변화이다. 트랩에서 흑연 막대의 위치 변화를 측정하여, 경사가 변하는 정도를 정확하게 측정할 수 있다.

샤프심 "HB/0.5"를 길이 8mm로 하여 이 실험에서 사용하자. 중심 위치에서 시작한다. 낙타등 퍼텐셜은 문제 3번에서와 같이 조화 퍼텐셜로 근사하기로 가정한다.

B.3	(a) 변위 Δz 를, 나사산의 크기 S 및 회전수 N 와 관계 짓는 수식을 유도하시오.	0.5 pt.
B.4	스크류를 천천히 돌리면서, 막대의 위치 변화 Δz 와 스크류의 회전 수(N) 관계를 결정하시오. 나사산의 크기 S 를 결정하시오.	1.25 pt.
B.5	지표면의 경사도가 바뀌게 될 때, 값을 쉽게 읽기 위해 우리는 흑연 막대가 최대한 빠르게 평형 상태로 다시 도달하기를 원한다. (즉, 아주 오랜 동안 진동을 유지하는 것을 피하고자 한다.) 이를 위한 경사계의 이상적인 Q-인자는 얼마일까?	0.25 pt.