레이저 빛의 굴절을 이용한 소금물의 굴절률 기울기 및 확산 계수의 결정

I. 서론

확산은 원자나 분자의 무작위 걷기 (random walk) 가 관련된 과정으로 이 과정을 통해 계는 열역학적 평형상태에 이르게 된다. 예를 들어 어떤 용기 안에 물과 소금이 혼합된 용액이 들어 있을 때, 소금의 농도가 높은 영역에서 소금의 농도가 낮은 영역으로 소금 분자의 확산 흐름이 있게 된다. 이때 확산 속도는 확산 계수 D로 특징지을 수 있다. 확산은 생화학에서 천체물리에 이르는 다양한 분야에서 중요한 역할을 한다. 이 실험 문제에서는 소금 분자의 확산에 대해 다룬다. 소금의 분자는 소금 용액 영역에서 증류수 영역으로 확산하여 이동하며, 소금 농도가 위치에 따라 변하는 전이층을 형성하게 된다. 소금의 농도에 따라 용액의 굴절률이 달라지므로 레이저 빔의 굴절을 이용하는 광학 실험을 통해 확산 과정을 탐구할 수 있다.

II. 목표

1. 굴절률 기울기(gradient)를 측정하여 물에서 소금물의 확산 계수 결정하기

2. 소금물의 농도 변화에 따른 확산 계수의 변화율 결정하기

III. 실험 장치 목록

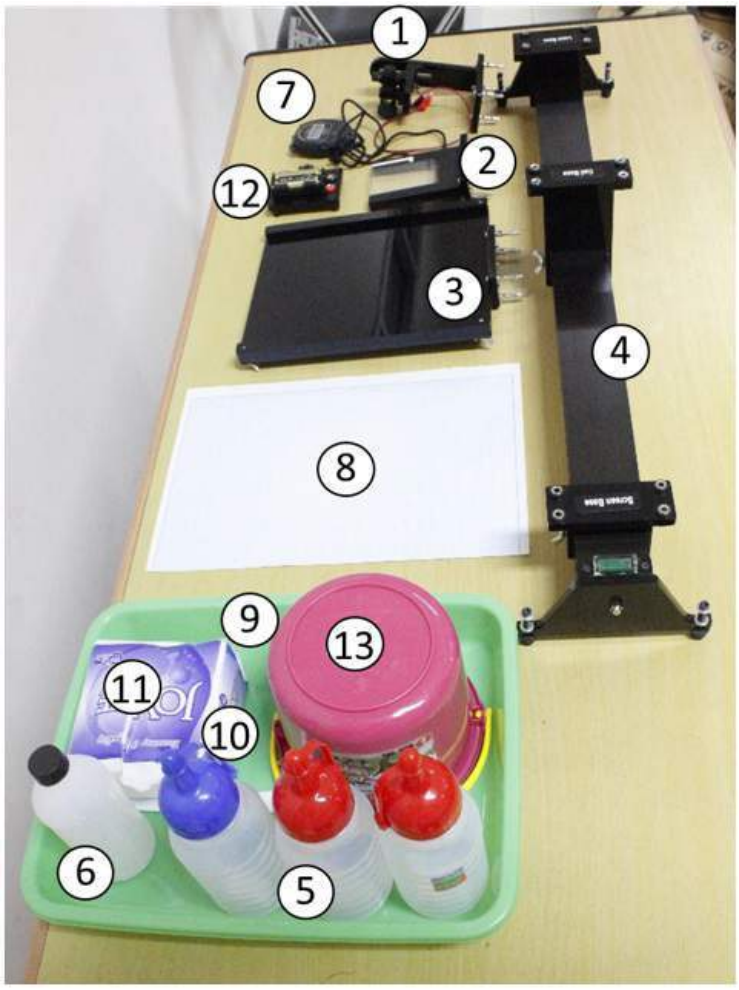
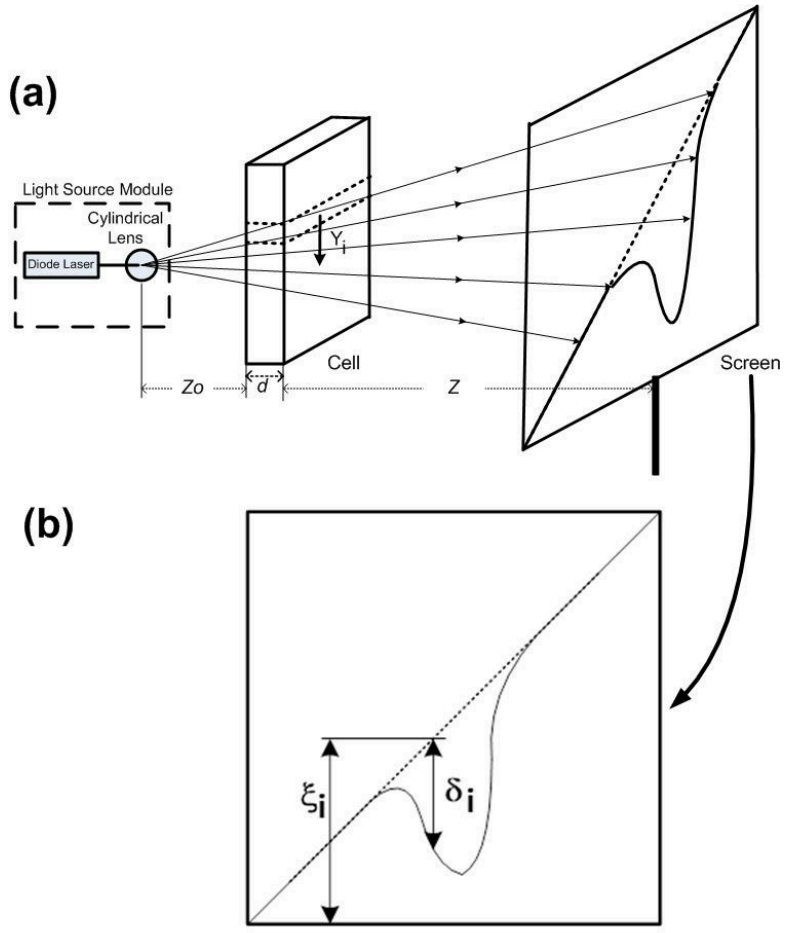


그림1. 실험도구

1. 선광원 모듈(λ = 632 nm의 다이오드 레이저, 원통형 렌즈, 슬릿)
2. 확산 셀(지지대 포함, 9.5 cm x 6.5 cm x 0.8 cm)
3. 스크린(지지대 포함)
4. 광학실험을 위한 눈금자가 표시된 레일
5. 소금물
6. 증류수 (Aquadest)
7. 스탑워치

8. 모눈종이 (밀리미터 눈금자)
9. 피펫
10. 물기 제거용 도구 (휴지와 플라스틱 칼)
11. 휴지
12. 건전지
13. 소금물과 물을 버릴 수 있는 용기

실험 장치 구성 모식도는 그림2와 같다.



E 그림 2. (a) 실험 장치 구성 모식도. 셀에는 소금물과 그 위에 형성된 증류수 층이 들어 있다.

(b) 전형적인 레이저 궤적 그림, 소금물과 물 사이에 확산이 일어나면 스크린 위에 아래로 굽은 레이저 궤적이 나타난다.

EE

수직 위치에 따라 변하는 액체의 굴절률을 알기 위해서 확산 셀에 입사하는 빛의 수직 위치(Y)와 스크린에 도달하는 레이저 수직 위치(ξ) 사이의 관계 및 수직 위치에 따른 굴절률 기울기(dn/dY)와 스크린에 도달하는 레이저 위치의 변화량(δ) 사이의 관계를 알아야 한다. 그림2의 실험장치 구성으로부터 기하학적으로 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0+d+Z} \qquad (1)$$

그림 2(a)의 Z_0는 광원 모듈과 확산 셀 사이의 거리, Z는 확산 셀과 스크린 사이의 거리, d는 확산 셀의 두께를 나타낸다. Z_0의 측정을 위해서 광원 모듈 스탠드 아래에 표시된 붉은 삼각형은 원통형 렌즈의 위치를 나타낸다.

확산 셀의 두께 (d)와 굴절률 기울기가 충분히 작아서 확산 셀 내에서 빛의 수직 위치 변화는 무시할 수 있다. 이러한 가정하에서 각 광선은 셀 내부에서는 수직 위치가 바뀌지 않고 셀을 통과하면서 한 번 굴절이 일어나는 것으로 근사할 수 있다. 이 때 각 광선은 수직 위치에 따라 서로 다른 굴절률로 굴절된다.

굴절률 기울기에 의한 빛의 경로의 변화는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \qquad (2)$$

실험 방법.

스크린에서 그림 2(b)와 같이 아래로 굽은 레이저 궤적을 얻기 위해서는 그림 1에 나온 기구들을 그림 2(a) 모식도와 같이 배치해야 한다.

레이저와 스크린을 광학 레일의 양끝에 위치시키시오. 레이저를 켜고 확산 셀을 수직으로 통과한 빛이 스크린 상에 대각선 방향으로 직선 형태의 궤적을 형성하도록 하시오. 스크린에 밝고 선명한 선이 보이게 하기 위해 확산셀의 위치와 (선광원 모듈 뒷부분을 돌려) 레이저의 초점 거리를 조정할 수 있습니다. 스크린에 나타나는 레이저 궤적의 방향을 조절하기 위해 레이저 윗 부분의 고정 나사를 풀어 레이저 전체를 회전시킬 수 있습니다. . 확산 셀이 비어있을 때 스크린에는 직선 모양의 궤적이 나타남을 확인하시오.

비어있는 확산 셀에 먼저 소금물을 흰색 화살 표가 가리키는 선까지 채우시오. 확산 셀의 윗부분(흰색 화살 표 시작점)에 위치한 구멍을 통해 물을 피펫을 이용하여 천천히 약 40방울(약 5 ml) 떨어뜨리고, 소금물의 확산 시간 측정을 위해 스탑워치를 작동시키시오. 스크린에 나타나는 (아래로 굽은) 부분이 레이저 궤적에 가운데가 최대가 되도록 레이저의 높이와 수평 위치를 조절 하시오. 측정의 오차를 최소화하기 위해서 이러한 최적화된 장치 구성이 필요합니다.

30분의 확산 시간이 지난 후 연필로 모눈 종이에 형성된 레이저 궤적을 따라 그리시오. 3가지 소금물 농도 (i.e. C_0 = 23 g/150 ml, C_0 = 28 g/150 ml and C_0 = 33 g/150 ml) 에 대해 실험을 반복하여야 하므로, 모눈 종이를 바로 교체하고 기다리는 확산시간 30분을 활용하여 분석을 수행하시오. 모눈종이는 스크린에 끼워져야 하는데, 스크린 코너에 있는 나사를 돌려서 풀거나 조일 수 있습니다.

각각의 모눈 종이 위에 학생 코드 번호와 사용한 소금물의 소금 물의 농도를 반드시 쓰시오.

IV. 실험 및 과제

A: 소금물의 굴절률 기울기 (gradient) 측정 (4.5 점)

세 소금물 농도에 대해 아래의 단계를 수행하시오. 오차 분석은 하지 마시오.

A.1	스크린에 굴절된 레이저 궤적이 형성되도록 실험 장치를 구성한다. 물이 소금물 위에서 안정된 층을 이루고 확산이 충분히 이루어 지도록 30분의 시간을 기다린 후, 연필로 스크린에 부착된 눈금 종이 위에 형성된 레이저의 궤적을 따라 그린다.	1.2 pt.
A.2	모눈 종이 위에 그린 레이저의 궤적으로부터 Z, d, Z_0, ξ_i 그리고 δ_i를 측정한다. 이 값들은 앞의 수행에서 기다린 시간인 확산 시간 30분에 대한 측정값이다. 여기서 i = 1,⋯,20로 하나의 궤적 상에서 각기 다른 수평 위치에서의 측정값을 의미한다. 각각의 측정에 대해 Z, d 그리고 Z_0 는 모두 같다. 측정 결과를 표 1에 기록한다.	1.5 pt.
A.3	확산 시간 30분에 대한 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ 를 계산한다. (여기서 i = 1, ..., 20로 각 데이터 포인트이다.) 각각의 측정에 대해 Z, d 그리고 Z_0 는 모두 같다. 결과를 표 2에 기록한다. Y_i 에 대해 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$ 를 그래프로 그린다.	1.5 pt.
A.4	A3에서 그린 그래프로부터 $\left(\frac{dn}{dY}\right)_i$가 최대가 되는 Y_i를 찾는다. 이 Y_i 값을 h로 정한다.	0.3 pt.

B: 확산 계수의 결정 (4.2 points)

수행과제 A3에서 얻은 곡선은 다음과 같은 방정식을 이용하여 그릴 수 있다.

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dC}\right)\left(\frac{dC}{dY}\right)_i \qquad (3)$$

$$\left(\frac{dC}{dY}\right)_i \approx \frac{C_o}{2\sqrt{\pi D t}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \qquad (4)$$

여기서 C, C_0, D, t, h 는 각각 농도, 초기 농도, 확산 계수, 확산 시간, 굴절 기울기($(dn/dY)_i$)가 최대가 되는 위치(Y_i)이다. dn/dC는 일정하다. 위 방정식 (3)과 (4)를 변형하여 각각 $(dn/dY)_i$와 Y_i의 함수로 주어지는 두 값 사이에 선형 관계가 있도록 하여 확산계수를 구할 수 있다.

B.1	방정식 (3),(4)로부터 서로 선형적으로 의존하는 두 함수 $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$와 $g(Y)$ 를 찾으시오.	0.9 pt.
B.2	B1의 선형 방정식의 그래프를 그리기 위한 표(답안지 표3)를 만드시오. 가로축에 해당하는 값을 나타내는 수식, 세로축에 해당하는 값을 나타내는 수식을 표에 명시하고 수행 과제 A에서 얻은 데이터로부터 값을 계산하여 적으시오. 이 표를 그래프로 그리시오.	1.8 pt.
B.3	확산시간 30분에 대한 데이터를 이용하여 B2에서 얻은 선형 그래프로부터 확산계수 D를 구하시오. 데이터의 일부 영역에서만 선형 관계가 있을 수 있음에 유의하시오.	1.5 pt.

C. 비선형 확산 (1.3 points)

C.1	위의 분석은 확산 계수 D가 농도 C에 무관하다는 가정에 기반을 두고 있다. 이 가정이 성립하지 않는 경우 비선형 확산이 일어나지만, 굴절률 기울기가 최대인 점 근방에서는 이러한 확산도 그 지점에서의 농도에 해당하는 확산 계수를 갖는 통상의 확산으로 취급할 수 있다. B에서 얻은 결과로부터 소금의 농도 변화에 따른 확산 계수의 변화율을 그래프를 이용하여 구하시오.	1.3 pt.