

자기 블랙박스¹

스마트폰은 주변의 자기장을 재기 위해 홀 효과를 이용한 자력계를 쓴다. 이 자력계는 자기장의 세 성분을 모두 측정한다. 자력계 센서는 스마트폰의 회로 기판 위에 있어 밖에서는 보이지 않는다.

자석의 자기장

그림 1은 반길이가 d 이고 쌍극자 모멘트가 M 인 작은 막대자석을 나타낸다.

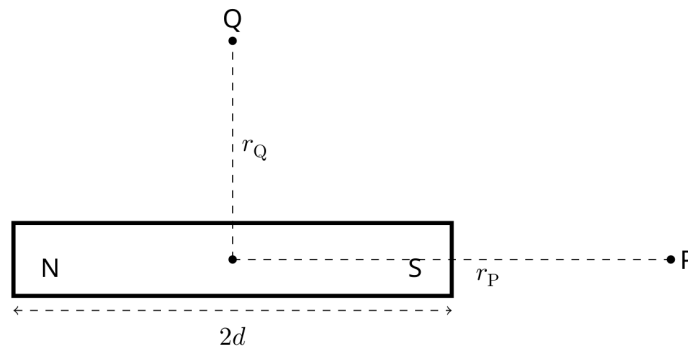


그림 1

막대자석의 축 방향 위의 점 P에서의 자기장 크기(B_{axial})와, 수직 이등분선 위의 점 Q에서의 자기장 크기($B_{\text{equatorial}}$)는 다음 식으로 주어진다.

$$B_{\text{axial}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2Mr_P}{(r_P^2 - d^2)^2} \quad (1)$$

$$B_{\text{equatorial}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{(r_Q^2 + d^2)^{3/2}} \quad (2)$$

여기서 μ_0 는 자유 공간의 투자율($\mu_0/4\pi = 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$)이고, r_P, r_Q 는 자석의 중심에서 자기장을 재는 점까지의 거리이다. 이 문제에서는 자석을 점 쌍극자로 본다($d \ll r_P, r_Q$).

실험 시험을 위해 시험 포털에서 "EQ1-Magnetic Black Box" 링크를 클릭하라.

화면의 모의실험에 대하여:

화면에는 흰 바탕의 모눈 형태로 된 캔버스가 보인다. 이 모눈 캔버스는 실험이 수행되는 연직 평면의 일부이다. 캔버스에는 네 개의 물체가 있다.

1. 스마트폰
2. 파란색(S)과 빨간색(N)으로 칠해진 자석
3. 두께가 균일한 어두운색의 속 빈 관
4. 'SHOW/HIDE SCALE' 버튼을 눌러 켤 수 있는 눈금자

모눈 캔버스의 모눈 간격은 1 cm이다.

¹ Chandan Relekar(IISc 방갈로르), Siddhant Mukherjee(영국 케임브리지 대학교), Siddharth Tiwary(IIT 파와이 뭄바이), Charudutt Kadolkar(IIT 구와하티), Praveen Pathak(HBCSE-TIFR 뭄바이)가 이 문제의 주 저자이다. 학술위원회와 국제이사회의 기여에 감사드린다.

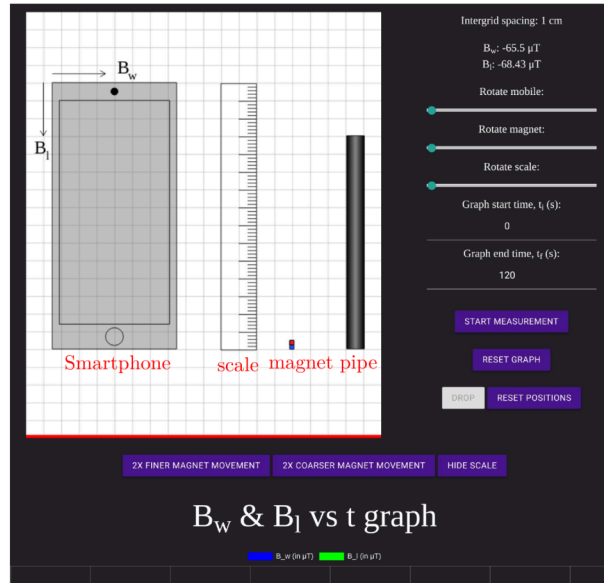


그림 2: 모의실험 화면

장치:

마우스로 잡아 끌어 물체를 옮길 수 있다. 스마트폰, 눈금자, 자석은 평면 안에서 회전시킬 수도 있다. 회전 조절 슬라이더는 오른쪽 패널에 있다. 슬라이더를 끌어 방향을 바꿀 수 있다. 더 정밀하게 조절하려면 슬라이더를 클릭한 뒤 화살표 키를 써서 회전시키면 된다.

스마트폰 안에는 주변 자석의 자기장을 재는 자력계가 있다. 스마트폰 안에서 자력계의 정확한 위치는 주어지지 않는다. 자력계의 위치에 따라, 오른쪽 패널에는 그림 2와 같이 스마트폰이 그 너비 방향과 길이 방향으로 측정한 자기장의 성분 B_w 와 B_l 이 표시된다. 스마트폰이 기본 위치(세로 방향)일 때 성분 B_w 는 오른쪽을 향한다. 성분 B_l 은 스마트폰의 길이 방향을 따라 아래쪽을 향한다.

측정:

'START MEASUREMENT'를 클릭하면 B_w 와 B_l 이 시간에 따라 변하는 그래프도 볼 수 있다. 'RESET GRAPH'는 이 그래프에 기록된 모든 값을 지운다. 얻은 그래프의 곡선 위로 커서를 옮기면 그 자료점의 값을 볼 수 있다. "Graph start time (t_i)"와 "Graph end time (t_f)" 칸에 시간을 넣어 그래프의 일부를 확대할 수 있다.

스마트폰은 강한 자기장에 노출되면 손상될 수 있다. 이를 막기 위해, 스마트폰이 측정한 알짜 자기장 값이 $6500 \mu\text{T}$ 를 넘으면 측정이 멈추고 오른쪽 패널에 'Maximum Magnetic field exceeded.' 경고가 표시된다. 자석을 스마트폰에서 충분히 멀리 옮기면 곧바로 측정이 복구된다.

그 밖의 기능:

자석은 키보드 화살표 키로 위아래·좌우로 옮길 수 있다. 이를 위해서는 캔버스의 아무 곳이나 클릭하면 된다. '2X FINER MAGNET MOVEMENT / 2X COARSER MAGNET MOVEMENT'를 클릭하여 자석을 더 정밀하게 또는 더 거칠게 움직일 수 있다. 이 버튼을 누를 때마다 움직임이 두 배씩 정밀해지거나 거칠어진다. 최대 정밀도/거칠기에 이르면 버튼이 회색으로 바뀐다.

중력은 화면 아래쪽을 향한다. 바닥은 빨간 선으로 표시되어 있다. 모든 물체는 화면 평면 안에만 있다고 본다. 관에 대한 더 자세한 정보는 파트 (B) 앞에 주어져 있다.

자석을 화면의 어디에 놓든 정지해 있다고 본다. "Drop" 버튼을 클릭하면 자석이 놓여 내려가기 시작한다. 자석은 'START MEASUREMENT' 버튼을 누른 뒤에만 떨어뜨릴 수 있음에 유의하라. 'RESET POSITION' 버튼을 누르면 자석이 마지막으로 떨어뜨린 위치로 되돌아온다. 필요하면 물체를 캔버스 밖으로 옮길 수도 있다.

이 실험에서는 자석을 점 쌍극자로 본다.

이 문제에서는 오차 평가가 필요하지 않음에 유의하라.

A.1	스마트폰에서 자력계의 위치를 구하라. 답안지에서 이 문항에 답하기 쉽도록 스마트폰 개략도 안에 더 촘촘한 모눈을 그려 두었다. 촘촘한 모눈의 간격은 2 mm 이다. 스마트폰의 알맞은 자리에 "X"를 그려 자력계의 위치를 표시하라.	1pt
------------	--	-----

A.2	알맞은 직선 그래프를 그리고 그 그래프에서 자석의 쌍극자 모멘트를 구하라. 자신이 쓴 방법으로 기록한 자료를 표에 채워 넣으라.	2.3pt
------------	---	-------

화면에는 연직으로 세워진, 두께가 균일하고 유한한 비자성 속 빈 관이 주어져 있다. 자석을 관 안으로 떨어뜨리려면 자석을 관의 축과 잘 맞추어야 한다. "DROP" 버튼은 자석을 연직면 안에서 놓아준다. 관 안에서 자석의 운동은 볼 수 없다. 자석을 관 안으로 떨어뜨렸을 때 내려가는 동안 기울거나 회전하지 않는다고 가정한다. 관은 서로 다른 세 구간으로 이루어져 있다. 한 구간은 나무(W), 다른 한 구간은 전기 전도도가 $3.77 \times 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ 인 알루미늄(Al), 나머지 한 구간은 전기 전도도가 $5.96 \times 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ 인 구리(Cu)로 되어 있다. 이 세 재질이 반드시 이 순서인 것은 아니다. 자석을 연직으로(아래쪽 y 축을 따라) 떨어뜨리면 자석의 낙하는 다음 식을 따른다.

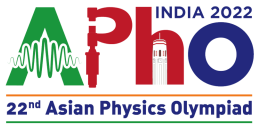
$$m\ddot{y} = mg - k\dot{y} \quad (3)$$

여기서 m 은 자석의 질량, g 는 중력 가속도($g = 9.8 \text{ m/s}^2$), k 는 관에서 맴돌이 전류가 생겨 나타나는 감쇠 상수이다. 나무, 알루미늄, 구리 구간의 감쇠 상수는 각각 0 , k_{Al} , k_{Cu} 이다. 다음 단계에 따라 자석을 관 안으로 떨어뜨리라.

1. 스마트폰, 자석, 관을 적절히 놓는다.
2. "Start Measurement" 버튼을 클릭한다.
3. "DROP" 버튼을 클릭한다.

자력계는 관에서 맴돌이 전류 때문에 생기는 아주 작은 자기장은 켈 수 없다. 자석이 관을 따라 내려가는 동안 B_w 와 B_l 이 시간에 따라 변하는 그래프를 화면에서 볼 수 있다.

Experiment



Q1-4

Official (Korean)

B.1 화면에 나타난 자기장-시간 그래프로부터 관에서 서로 다른 재질 구간들의 순서를 알아내라. 0.3pt
위에서부터 차례로 생각하여 재질 옆에 번호를 써서 답하라. 맨 위 구간은 1, 가운데 구간은 2, 맨 아래 구간은 3이다.

B.2 알맞은 직선 그래프를 그려 관의 알루미늄 구간에서 자석의 종단 속도를 구하라. 2.6pt
답안지에는 모의실험 화면과 비슷한 캔버스 모눈이 주어져 있다. 이 문항의 자료를 얻기 위해 사용한 정확한 위치와 방향으로 스마트폰, 관, 자석의 개략도를 그리라. 스마트폰은 네모로 표시하라.
그래프를 그리는 데 쓴 관련 자료를 표에 채워 넣으라. 관의 알루미늄 구간의 길이를 구하라. 알루미늄 구간의 길이를 재는 데 그래프를 써도 되고 쓰지 않아도 된다. 길이를 구하는 데 그래프나 자료를 썼다면 표의 남은 칸에 해당 자료를 적으라.

B.3 알맞은 직선 그래프를 그려 관의 구리 구간에서 자석의 종단 속도를 구하라. 2.2pt
관의 구리 구간의 길이를 구하라. 구리 구간의 길이를 재는 데 그래프를 써도 되고 쓰지 않아도 된다. 길이를 구하는 데 그래프나 자료를 썼다면 표의 남은 칸에 해당 자료를 적으라.

Experiment



Q1-5

Official (Korean)

B.4

관의 나무 구간의 길이를 구하라. 나무 구간의 길이를 재는 데 그래프를 써도 되고 쓰지 않아도 된다. 길이를 구하는 데 그래프나 자료를 썼다면 표의 남는 칸에 해당 자료를 적으라.

1.6pt

음향 블랙박스¹

음원이 x - y 평면에서 반지름 R 인 원 위를 일정한 각속력 ω 로 움직인다. 이 원 자체도 x 축과 각 β ($0^\circ < \beta < 90^\circ$) 를 이루는 방향으로 일정한 속도 v_s 로 움직인다. 그림 1은 음원의 궤적을 빨간색 일점쇄선으로 나타낸 것이다. 시각 $t = 0$ 에서 원의 중심은 좌표가 (X_C, Y_C) 인 점 C에 있고, 음원의 위치는 C로부터의 벡터 $\vec{CA}$ 로 주어진다. 또한 음원 S는 반시계 방향으로 움직이기 시작하면서(그림 1 참조) 동시에 시각 $t = 0$ 에 진동수 f_0 의 소리를 낸다. 벡터 $\vec{CA}$ 는 $t = 0$ 에서 x 축과 각 ϕ 를 이룬다(그림 1(a)에서 $\angle BCA = \phi$). 검출기 D는 같은 평면(x - y) 안에 있으며, 원점으로부터의 거리와 위치 벡터가 x 축과 이루는 각은 각각 r_D 와 θ 이다(그림 1(b)). 검출기 D와 음원 S를 잇는 직선은 x 축과 각 α 를 이룬다. 음원과 검출기의 모든 운동은 x - y 평면 안에서만 일어난다. 소리의 속력 c 는 330 m/s이다. 또한 음원의 알짜 속력은 c 보다 작다.

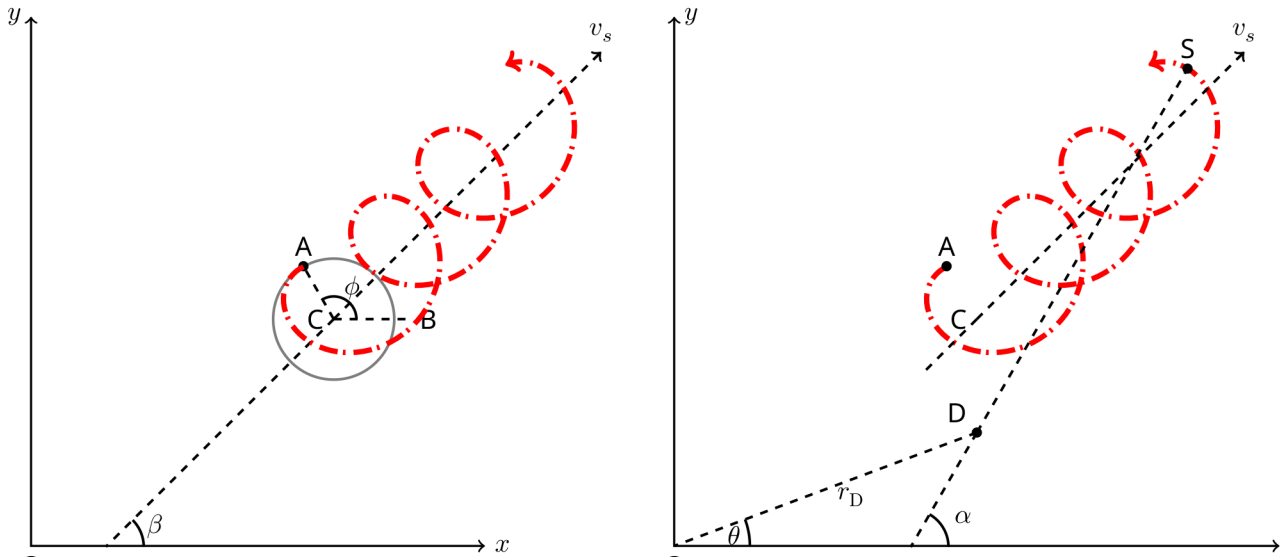


그림 1 (a) 음원의 처음 위치. (b) 음원의 궤적.

음원이 낸 소리는 시각 t 에 진동수 $f(t)$ 로 검출기에 검출된다. 모의실험은 검출된 진동수 $f(t)$ 를 보여 준다.

A.1 음원의 궤적 $(x(t), y(t))$ 의 식을 β, ϕ, v_s 및 관련된 다른 양들로 구하라.

0.2pt

실험 시험을 위해 시험 포털에서 "EQ2- Acoustic Black box"를 클릭하라.

¹ Siddharth Tiwary(IIT 파와이 뭄바이), Siddhant Mukherjee(영국 케임브리지 대학교), Chandan Relekar(IISc 방갈로르), Charudutt Kadolkar(IIT 구와하티), Praveen Pathak(HBCSE-TIFR 뭄바이)가 이 문제의 주 저자이다. 학술위원회와 국제이사회의 기여에 감사드린다.

Experiment



Q2-2

Official (Korean)

모의실험에 대하여:

모의실험은 두 부분으로 되어 있다. 패널의 위쪽은 검출기 변수를 넣는 입력부이고, 아래쪽은 검출기가 시각 t 에 검출한 진동수 $f(t)$ 를 그래프로 보여 주는 출력부이다.



그림 2: 기본 모의실험 화면

입력 패널에 r_D 와 θ 값을 넣어 검출기의 위치를 바꿀 수 있다. 패널의 값을 바꾸었다면 "PLOT GRAPH"를 클릭해야 바뀐 $f(t)$ 출력을 볼 수 있다. "Data-point interval Δ " 칸에서 자료를 모으는 간격을 바꿀 수 있다. 이 간격은 0.001 s의 배수만 가능함에 유의하라.

속력 v_d 와, 속도 벡터 $\vec{v}_d$ 가 x 축과 이루는 각 γ 를 넣어 검출기를 등속 운동시킬 수도 있다. 이때에도 바뀐 변수에 대한 출력을 보려면 "PLOT GRAPH" 버튼을 눌러야 한다.

PLOT GRAPH 버튼을 누르면 "Graph Start time (t_i)"부터 "Graph End time (t_f)"까지의 구간에 대한 그래프가 표시된다. 그림 (2)에서 패널은 0에서 25 s까지의 그래프를 보여 준다.

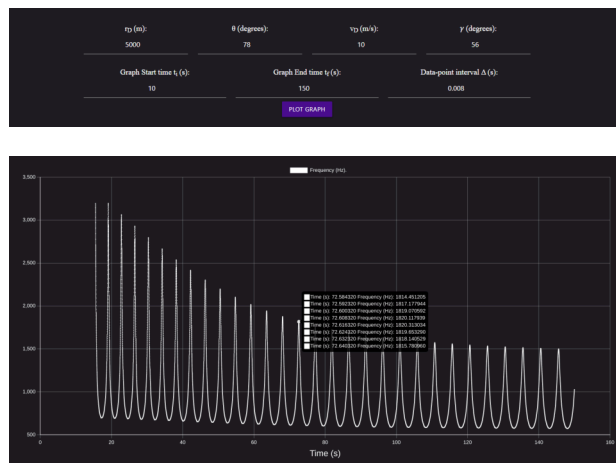


그림 3: 입력값을 바꾸었을 때의 모의실험 화면

Experiment



Q2-3

Official (Korean)

Graph Start time과 End time 입력은 그래프의 일부를 확대하는 데에도 쓸 수 있다. 예를 들어 그림 (3)은 검출기를 각 78° , 거리 5000 m에 놓았을 때의 출력이다. 그래프는 10–150 s 구간에 대해 그려져 있다. 자료는 0.008 s마다 모은다. 곡선의 자료점 위에 커서를 놓으면 그 자료점의 값이 나타난다. 시간 간격이 매우 작으므로 곡선 위에 커서를 놓으면 여러 자료점의 값이 함께 나타날 수 있다. 그림 (3)에는 여덟 개의 자료점이 나타나 있다. **주의:** 자료점 간격 (Δ)을 아주 작게(예: 0.001) 두고 긴 시간 구간(예: Graph Start time $t_i = 0$ 에서 Graph End time $t_f = 25$ s)에 대해 그리면, 모의실험이 오래 걸리고 컴퓨터 성능에 따라 멈출 수도 있다. 그런 상황에 빠졌다면 일반 지침에 있는 절차를 따르라. 아주 작은 Δ 는 짧은 시간 구간의 그래프에만 쓸 수 있다. 모의실험을 실행할 때 Graph End time (t_f (s))과 관계없이 모의실험기가 그릴 수 있는 자료점의 최대 개수는 25000개이다.

모의실험에서 검출기 변수의 여러 값을 넣어 보고 그 출력을 주의 깊게 관찰하라. 다음 문항들의 계산에는 그래프의 출력을 이용하라. 필요하면 어느 문항에서든 모눈종이를 써도 된다.

A.2 모의실험에서 검출기를 $r_D = \theta = 0$ 에 정지시켜 두라. 그래프 시작 시각과 끝 시각을 각각 5 s와 55 s로 하여 $f(t)$ 의 출력 그래프를 관찰하라. 그 구간의 모든 극소값($f_{\min}$ 과 그에 대응하는 시각 t)을 표로 만들라. $f_{\min}$ 대 t 를 그리라. 1.2pt

A.3 검출기를 정지시켜 두었을 때 결국 검출하게 될 최소 진동수의 표현식을 구하라. 답을 v_s, ω, R 및 관련 변수들로 나타내라. 1.0pt

다음 문항들의 답을 얻기 위해 패널에 여러 입력값을 넣게 될 것이다. A2-4쪽의 표에, 어떤 양이나 중간 식을 얻기 위해 사용한 $r_D, \theta, v_D, \gamma, t_i, t_f, \Delta$ 값을 적으라. 또한 그 입력값에 대응하는 양이나 식도 함께 적으라.

이 부분을 푸는 데 쓴 공식이나 식은 모두 연습지에 자세히 적어야 한다. 최종 답만으로는 점수를 주지 않는다. 그래프를 쓰고 싶다면 답안지에 모눈종이 번호를 적으라. 이 문제에서는 오차 평가가 필요하지 않음에 유의하라.

다음 네 문항은 편한 순서대로 풀어도 된다.

A.4 음원의 처음 좌표 (X_A, Y_A), 즉 시각 $t = 0$ 에서 점 A의 좌표를 미터 단위로 구하라. 1.4pt

Experiment



Q2-4

Official (Korean)

A.5	f_0, ω, R, v_s 의 값을 구하라.	2.1pt
------------	---------------------------------	-------

A.6	β 의 값을 도($^\circ$) 단위로 구하라.	2.0pt
------------	-------------------------------------	-------

A.7	음원이 도는 원의 처음 중심 좌표 (X_C, Y_C) , 즉 점 C의 좌표를 미터 단위로 구하라.	2.1pt
------------	--	-------